

Universidad Carlos III de Madrid

Departamento de Mecánica de Medios Continuos y
Teoría de Estructuras



DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LA TENACIDAD DE FRACTURA INTRALAMINAR EN MATERIALES COMPUESTOS LAMINADOS

Proyecto Fin de Carrera
Ingeniería Industrial

AUTOR

Miguel Herráez Matesanz

TUTORES

Dr. Ever J. Barbero (*West Virginia University, Mechanical and Aerospace Engineering Dept.*)

Dr. Carlos Navarro Ugena (*Universidad Carlos III de Madrid, Departamento de
Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras*)

Febrero 2012

“Si he conseguido ver más lejos es porque he subido a hombros de gigantes”

Isaac Newton (1642-1727) Matemático y físico británico.

Agradecimientos

A través de estas breves palabras me gustaría recordar a todas las personas que han hecho de mí alguien mejor en estos últimos años llenos de enseñanzas y experiencias.

En primer lugar me gustaría dar las gracias a mis tutores de proyecto por la oportunidad que me han brindado al poder realizar este trabajo en un marco de investigación del más alto nivel. Al Dr. Ever J. Barbero le quiero agradecer toda la ayuda prestada tanto dentro como fuera del ámbito académico, e igualmente a su familia. Al Dr. Carlos Navarro le agradezco toda la confianza que ha depositado en mí desde el primer momento hasta el día de hoy.

Por supuesto, a las personas que me han dado la oportunidad de estudiar y siempre han sido símbolo de trabajo y constancia para mí. Muchas gracias a mis padres.

A una persona única con la que he aprendido el significado completo de la palabra felicidad. Sin ella nada de esto hubiera sido posible. Días tristes de cielos grises que solo tu sonrisa podía iluminar y llenar de alegría. Espero seguir compartiendo tus sonrisas Ana. Gracias.

También querría mencionar a todos los compañeros de los que he aprendido algo y a todos los profesores a lo largo de los años de carrera que tantas cosas me han enseñado.

Por último, jamás olvidaré a todos los amigos y compañeros que hemos conocido en estos últimos seis meses en un pequeño paraíso llamado Morgantown. Un recuerdo muy especial para Ruth y Orlando, por su infinita hospitalidad y por ser como una familia para nosotros; también querría recordar a Hermann, nuestro amigo y mentor. Y a tantos otros que nos hicieron olvidar que nuestra casa estaba a miles de kilómetros.

A todos ellos les deseo lo mejor y les doy muchas gracias por toda su atención.

Abstract

Composite Materials are subject to a wide variety of damage modes. The most common damage modes are intralaminar cracking, delamination or interlaminar cracking, debonding fiber-matrix, and finally fiber breakage. All damage modes cause mechanical properties reduction. This is the case of intralaminar cracks, which are studied in this work.

First, this research sets the matrix cracking problem of a composite laminate in terms of Fracture Mechanics throughout the introduction of the in-situ strength theory.

Then, a damage model (Discrete Damage Model, DDM) characterized by being formulated exclusively in terms of crack density and fracture toughness is presented. This model is compared to experimental results in order to obtain the material properties that govern the matrix cracking response. These properties are fracture toughness in modes I and II.

Resumen

Los materiales compuestos están sujetos a una amplia variedad de formas de daño posibles entre las que se encuentran la formación de fisuras intralaminares, la deslaminación o fisuración interlaminar, el deslizamiento fibra-matriz, y finalmente la rotura de las fibras. Todas las formas de daño conforman un escenario en el que las propiedades mecánicas del material se ven degradadas. Este es el caso de la fisuración intralaminar, que es la estudiada en este trabajo.

En este proyecto se plantea, en primer lugar, el problema de la fisuración de la matriz de un material compuesto laminado en términos de la Mecánica de Fractura mediante la introducción a la teoría de resistencia In-situ.

En segundo lugar, se presenta un modelo de daño (Discrete Damage Mechanics, DDM) caracterizado por estar formulado exclusivamente en función de la densidad de fisuras de la lámina y la tenacidad de fractura del material. Aplicando este modelo en base a los resultados obtenidos experimentalmente, se ajustan las propiedades del material que gobiernan la respuesta del mismo ante la formación de fisuras, es decir, la tenacidad de fractura intralaminar en modos I y II.

Índice

1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Objetivos	9
1.3. Estructura	10
1.4. Revisión de la literatura	11
2. Desarrollo teórico	13
2.1. Mecánica de fractura	13
2.1.1. Resistencia transversal a tracción	14
2.1.2. Resistencia a cortadura en el plano	15
2.2. Resistencia in-situ	17
2.3. Mecánica del Modelo del Daño	25
2.3.1. Mecánica del Daño en Medios Continuos	25
2.3.2. Modelo de Mecánica del Daño Discreto	26
2.3.3. Descripción analítica del modelo DDM	29
2.3.4. Consideración de las tensiones residuales térmicas	40
3. Método experimental	44
3.1. Descripción de los resultados experimentales	44
3.2. Análisis de los resultados experimentales	46
3.3. Cálculo de la tenacidad de fractura intralaminar	48
4. Resultados y comentarios	52
4.1. Laminado en el que predomina el modo I de fractura	52
4.2. Laminado en el que aparece el modo II de fractura	57
4.3. Laminado de verificación en modo mixto	61
5. Conclusiones y trabajos futuros	64
5.1. Resumen y conclusiones	64
5.2. Trabajos futuros	67

6. Apéndices	68
A. Apéndice A	68
A.1. <i>Propiedades del material MTM 45-1</i>	68
B. Apéndice B	69
B.1. <i>Teoría Clásica de Laminados</i>	69
C. Apéndice C	72
C.1. <i>Software de análisis de los resultados experimentales</i>	72
C.1.1. <i>Código del programa AEread</i>	73
C.1.2. <i>Código del programa AEresults</i>	77
D. Apéndice D	81
D.1. <i>Código del programa FIT_Gc</i>	81
E. Apéndice E	83
E.1. <i>Nomenclatura</i>	83
 7. Bibliografía	 86

Índice de figuras

Capítulo 1

1.1. Rigidez específica frente a resistencia específica de los principales materiales ingenieriles [43]	2
1.2. Comparación de las características específicas de diferentes fibras [28]	2
1.3. Materiales utilizados en la fabricación del avión Boeing 787 [35]	3
1.4. Palas de un aerogenerador fabricadas en fibra de carbono/epoxy (a) y turbina Trent 1000 de Rolls Royce (b) [19, 34]	4
1.5. Pasarela sobre la línea del AVE en Lérida (2001, proyecto PEDELTA) construida íntegramente en materiales compuestos [17]	4
1.6. Número de patentes registradas anualmente (1998-2008) a nivel mundial enfocadas a los materiales compuestos MMC [31]	5
1.7. Número de patentes registradas entre 1998-2008 dedicadas a materiales compuestos MMC clasificadas por países [31]	5
1.8. Diferentes presentaciones de material compuesto: lámina unidireccional de prepreg Tenax® (a), tejido con fibras de vidrio y de carbono (b) y lámina con orientación aleatoria de las fibras, MAT (c) [14, 33]	6
1.9. Proceso de apilamiento de láminas unidireccionales durante la fabricación de un laminado de fibra de carbono/epoxy	6
1.10. Estructuras tipo sándwich con núcleo de espuma o foam (a) y con núcleo de aluminio con geometría de panal de abeja (b)	7
1.11. Radiografía de una muestra ensayada a tracción hasta rotura, se observan los fenómenos de deslaminación y fisuración de la matriz [1]	8

Capítulo 2

2.1. Representación de un laminado unidireccional (UD) sometido a una carga de tracción transversal	14
2.2. Representación de las tensiones de cortadura en una lámina unidireccional de material compuesto	15
2.3. Fisura crítica en una lámina unidireccional con cortadura en el plano	16
2.4. Representación esquemática de una fisura en el interior de una lámina que forma parte de un laminado (modificado de [5])	17
2.5. Representación de la resistencia in-situ frente al espesor de la lámina indicando el espesor de transición, también incluye la resistencia transversal a tracción (F_{2t}) de un laminado unidireccional	21

2.6. Representación de la resistencia in-situ en los ensayos realizados junto a la estimación teórica (F_{2t}^{is}) y al valor de resistencia sin corregir (F_{2t})	23
2.7. Fisuras intralaminares en la matriz de un laminado [0/60 ₂ /90] _s , [44]	26
2.8. Vistas representativas de un laminado con una lámina k fisurada	27
2.9. Representación esquemática del efecto de endurecimiento en la función de activación de daño basado en la densidad de fisuras	29

Capítulo 3

3.1. Densidad de fisuras (λ) frente a Deformación mecánica longitudinal (ε_x^M) de los resultados experimentales correspondientes al espécimen A-1	49
3.2. Densidad de fisuras (λ) vs Deformación mecánica longitudinal (ε_x^M) de los resultados experimentales y predicción del modelo DDM correspondiente al espécimen A-1 en la primera	49
3.3. Densidad de fisuras (λ) vs Deformación mecánica longitudinal (ε_x^M) de los resultados experimentales y predicción óptima del modelo DDM correspondiente al espécimen A-1	50
3.4. Diagrama de flujo en el que se representa el funcionamiento del programa FIT_Gc	51

Capítulo 4

4.1. Predicción de la evolución de la densidad de fisuras con el ajuste de los resultados de la muestra A-1	53
4.2. Predicción de la evolución de la densidad de fisuras con el ajuste de los resultados de la muestra A-2	53
4.3. Predicción de la evolución de la densidad de fisuras con el ajuste de los resultados de la muestra A-3	54
4.4. Evolución del ratio entre la tasa de liberación de energía y la tenacidad de fractura, en modo I y modo II, calculado por el programa Pittsburgh para el laminado [0/90 ₄] _s	55
4.5. Representación conjunta de los resultados experimentales de los tres especímenes del laminado A y sus ajustes con el modelo DDM	56
4.6. Predicción de la evolución de la densidad de fisuras con el ajuste de los resultados de la muestra B-1	57
4.7. Predicción de la evolución de la densidad de fisuras con el ajuste de los resultados de la muestra B-2	58
4.8. Predicción de la evolución de la densidad de fisuras con el ajuste de los resultados de la muestra B-3	58

4.9. Representación conjunta de los resultados experimentales de los tres especímenes del laminado B y sus ajustes con el modelo DDM	59
4.10. Evolución del ratio entre la tasa de liberación de energía y la tenacidad de fractura, en modo I y modo II, calculado por el programa Pittsburgh para el laminado $[0/\pm 55_4/0_{1/2}]_S$	60
4.11. Comparación de los resultados experimentales frente a la previsión del modelo DDM sin considerar las tensiones residuales	61
4.12. Evolución del ratio entre la tasa de liberación de energía y la tenacidad de fractura, en modo I y modo II, calculado por el programa Pittsburgh para el laminado $[0/\pm 70_4/0_{1/2}]_S$ sin corregir el efecto de las tensiones (a) y corrigiéndolo (b)	62
4.13. Comparación de los resultados experimentales frente a la previsión del modelo DDM	63

Apéndice C

C.1. Ejemplo del fichero Excel correspondiente al ensayo de la probeta A-1	76
C.2. Ejemplo del fichero de texto correspondiente al ensayo de la probeta A-1	76

Índice de tablas

Capítulo 1

- 1.1. Efecto del espesor del núcleo en la rigidez a flexión y en el peso de la estructura [29]_____7

Capítulo 2

- 2.1. Descripción de los laminados ensayados para estudiar la resistencia in-situ 22
2.2. Resultados obtenidos en el estudio de la resistencia in-situ_____22
2.3. Descripción de los subíndices y superíndices aplicados en el modelo_____30

Capítulo 3

- 3.1. Configuración de los laminados empleados y objetivo_____45

Capítulo 4

- 4.1. Resumen de los valores de tenacidad de fractura en modo I ajustada para el laminado A_____54
4.2. Resumen de los valores de tenacidad de fractura en modo II ajustada para el laminado B_____59

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

Desde finales del pasado siglo, las aplicaciones de los materiales compuestos se han extendido enormemente en las industrias aeronáutica y aeroespacial, especialmente por su superior resistencia y rigidez específicas frente a los materiales convencionales como el acero y el aluminio (Figura 1.1). La reducción en peso revierte en un ahorro cada vez mayor de combustible y por lo tanto en una ventaja económica y medioambiental.

En la figura 1.2 se comparan las propiedades mecánicas específicas de las principales fibras artificiales empleadas en ingeniería.

Como se observa en la figura 1.3, el empleo de los materiales compuestos se ha incrementado notablemente en la fabricación de los últimos modelos en aviación.

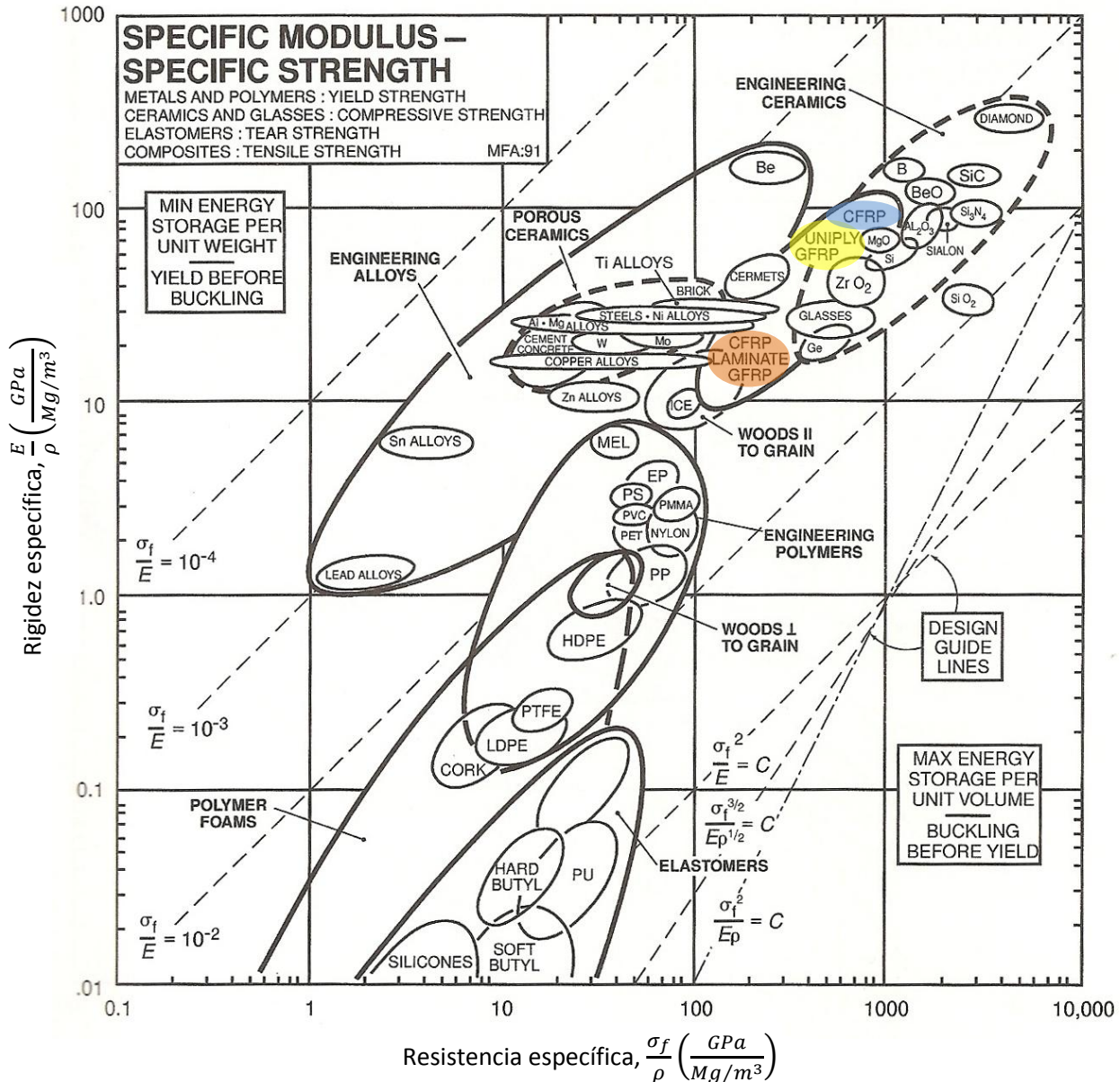


Figura 1.1: Rigidez específica frente a resistencia específica de los principales materiales ingenieriles [43]

También en otros tipos de industrias se ha incrementado el número de componentes fabricados, total o parcialmente, con materiales compuestos avanzados tal como sucede en la industria automovilística, la naval y especialmente en el sector del deporte de alta competición.

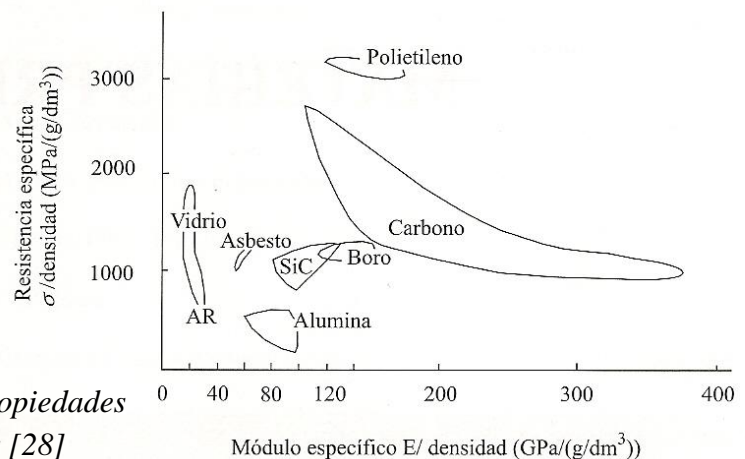


Figura 1.2: Comparación de las propiedades específicas de diferentes fibras [28]

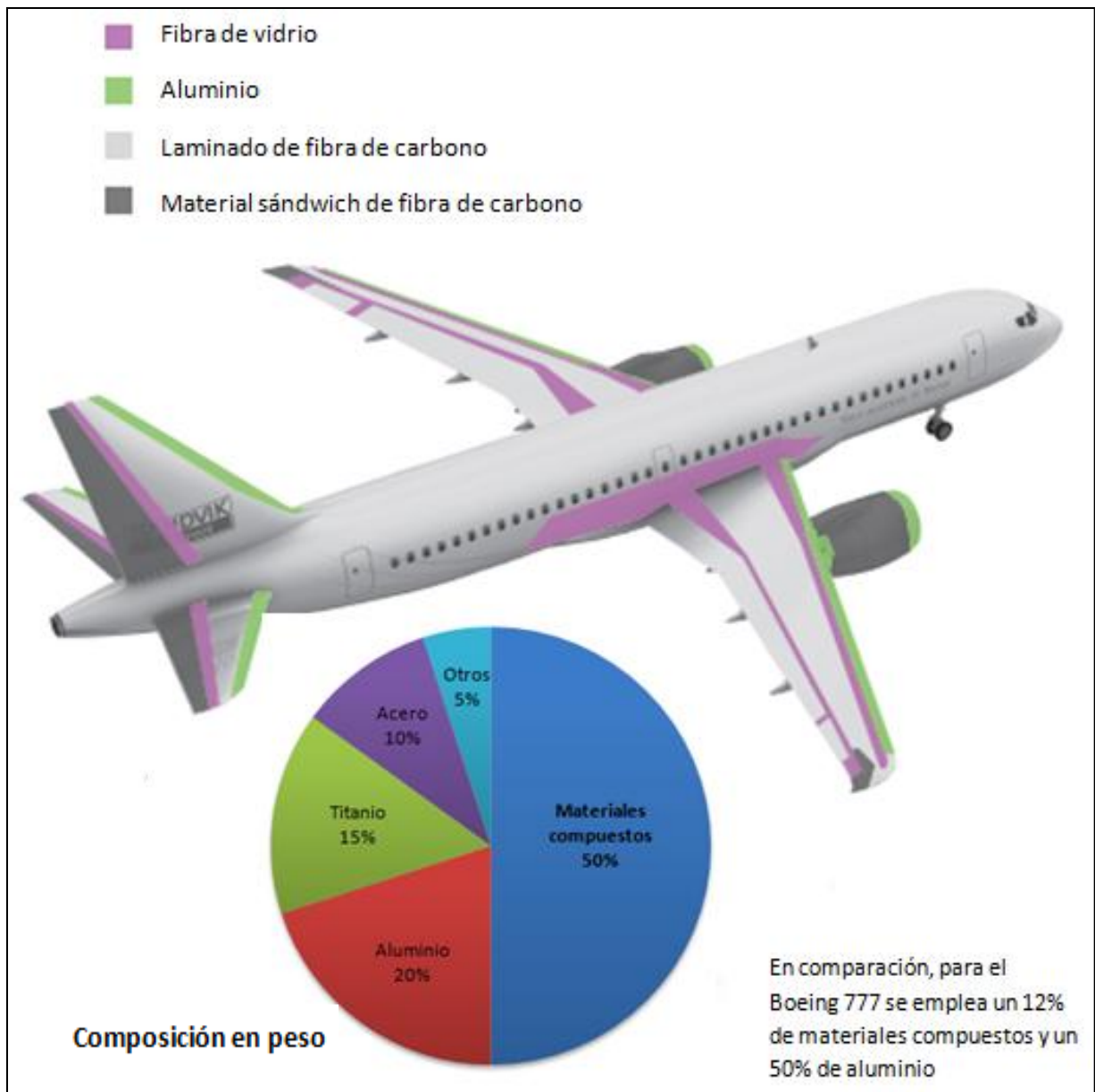


Figura 1.3: Materiales utilizados en la fabricación del avión Boeing 787 [35]

La industria energética, concretamente el subsector de producción de potencia, ha resultado ser una gran impulsora en el desarrollo de los materiales compuestos. Algunos de los elementos fabricados con estos materiales son: turbinas eólicas, componentes en las etapas frías de las turbinas de gas, etc. En la figura 1.4 se muestran dos ejemplos de aplicación de materiales compuestos en la industria energética.



Figura 1.4: Palas de un aerogenerador fabricadas en fibra de carbono/epoxy (a) y turbina Trent 1000 de Rolls Royce (b) [19, 34]

Los materiales compuestos también se han comenzado a utilizar en el ámbito de las estructuras civiles (figura 1.5). Se encuentran bajo intenso estudio y ya comienzan a usarse materiales compuestos híbridos de hormigón reforzado con fibras, además de estructuras construidas íntegramente con polímero reforzado con fibras (Fiber Reinforced Polymer, FRP). Éstas últimas conocidas como "all-composite" se han hecho relativamente populares en la construcción de pasarelas y admiten tanto uniones adhesivas como uniones mecánicas [17].



Figura 1.5: Pasarela sobre la línea del AVE en Lérida (2001, proyecto PEDELTA) construida íntegramente con materiales compuestos [17]

Aunque los materiales más extensamente considerados han sido los materiales compuestos de matriz polimérica (Polymeric Matrix Composites, PMC), se debe recordar también la presencia de los materiales compuestos de matriz cerámica (Ceramic Matrix Composites, CMC) y de matriz metálica (Metallic Matrix Composites, MMC). En las figuras 1.6 y 1.7 se ilustra la labor investigadora a nivel mundial en el campo de los MMC [31].

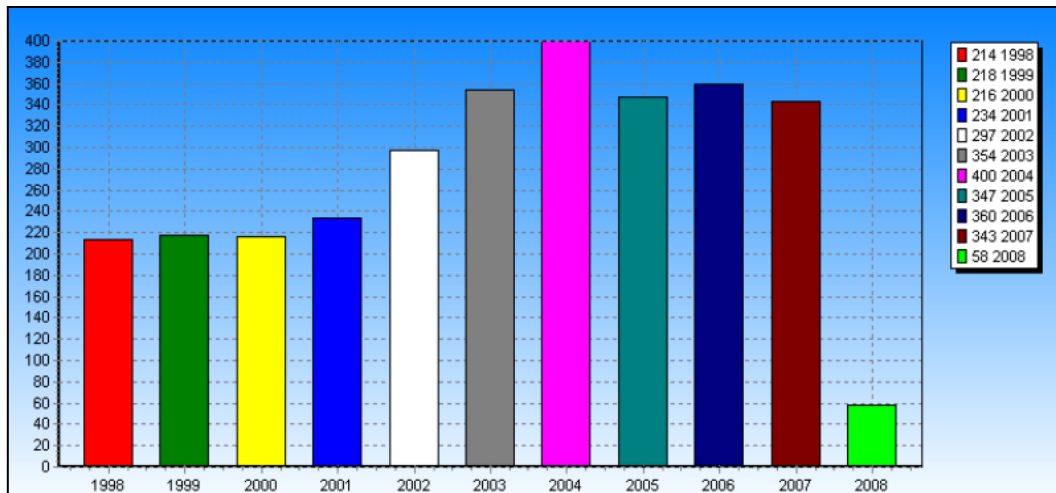


Figura 1.6: Número de patentes registradas anualmente (1998-2008) a nivel mundial enfocadas a los materiales compuestos MMC [31]

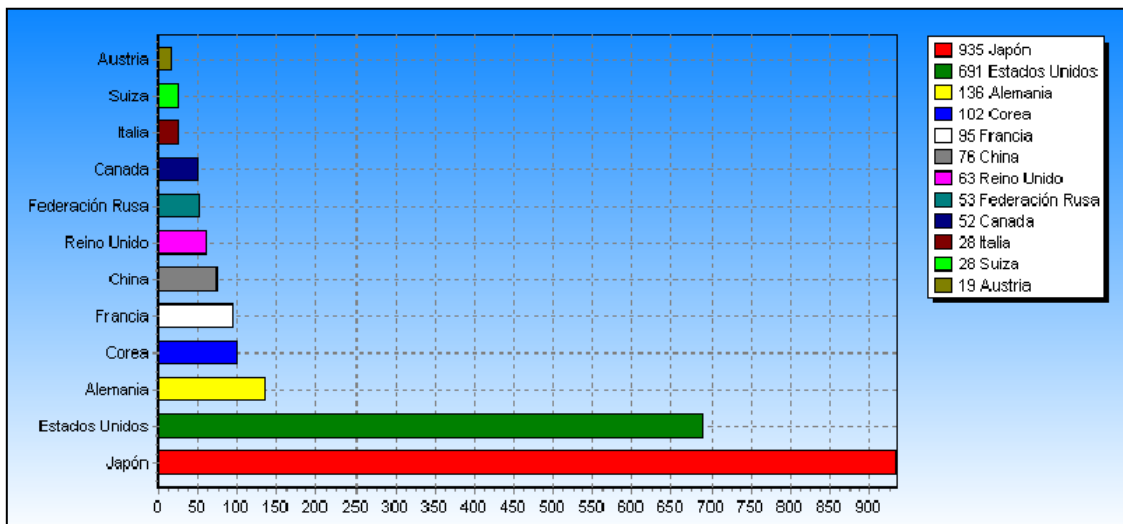


Figura 1.7: Número de patentes registradas entre 1998-2008 dedicadas a materiales compuestos MMC clasificadas por países [31]

Los materiales compuestos de matriz polimérica pueden clasificarse según su disposición en:

- Láminas unidireccionales (figura 1.8.a).
- Láminas de tejido (figura 1.8.b).
- Láminas con fibras orientadas aleatoriamente (figura 1.8.c).

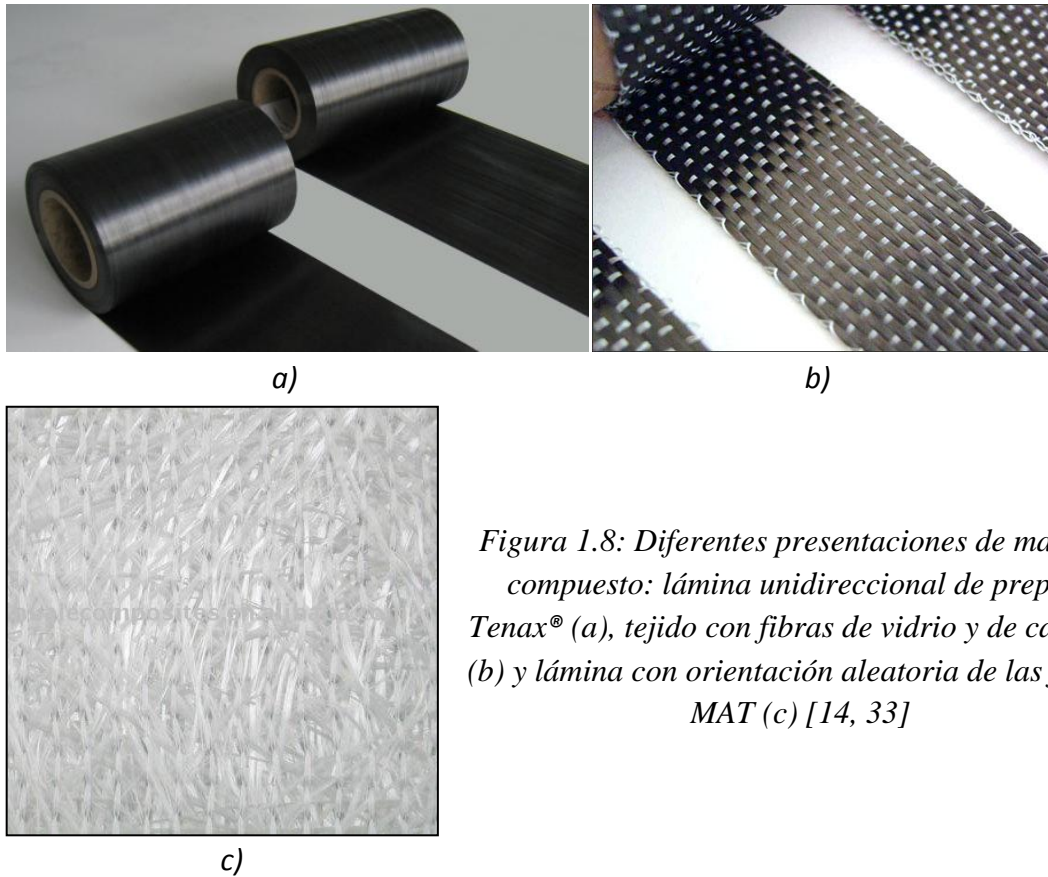


Figura 1.8: Diferentes presentaciones de material compuesto: lámina unidireccional de prepreg Tenax® (a), tejido con fibras de vidrio y de carbono (b) y lámina con orientación aleatoria de las fibras, MAT (c) [14, 33]

Típicamente las láminas unidireccionales o de tejido son apiladas con diferentes orientaciones para formar laminados (figura 1.9) cuyas propiedades mecánicas son muy superiores a las de las láminas por separado.

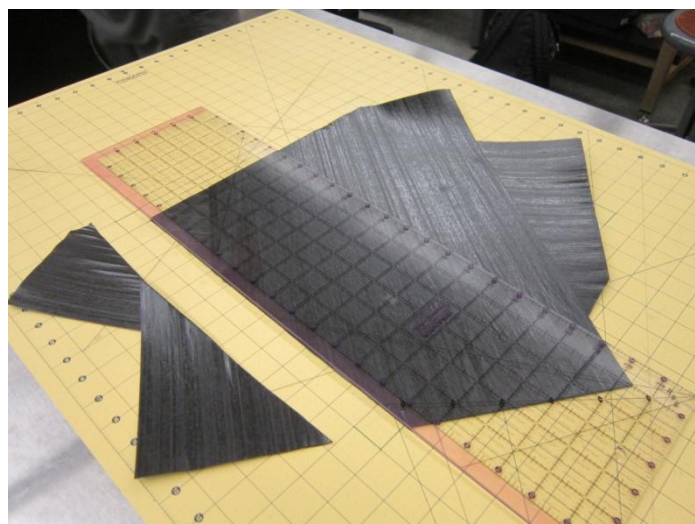


Figura 1.9: Proceso de apilamiento de láminas unidireccionales durante la fabricación de un laminado de fibra de carbono/epoxy

A su vez, los laminados se utilizan en la confección de subestructuras denominadas sándwich (figura 1.10). Esta última configuración consta de dos laminados (pieles), generalmente iguales o simétricos entre sí, entre los que se adhiere un material muy ligero (núcleo) cuyas propiedades mecánicas suelen ser muy inferiores a las de las pieles.

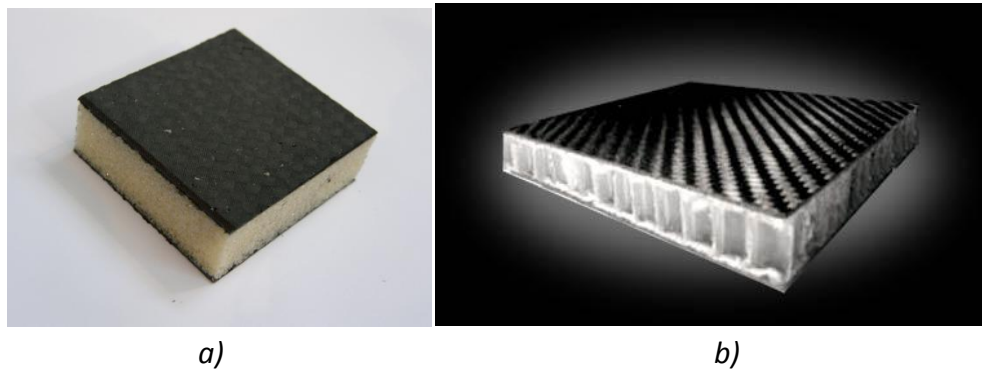


Figura 1.10: Estructuras tipo sándwich con núcleo de espuma o foam (a) y con núcleo de aluminio con geometría de panal de abeja (b)

La función que desempeña el núcleo es la de separar las pieles de la fibra neutra de la sección, de forma que el módulo resistente de la ésta se vea muy incrementado. Es por esto que la característica principal de los materiales sándwich es su elevada resistencia a flexión. En la tabla 1.1 se muestra cómo aumenta la rigidez a flexión de una sección tipo sándwich al considerar un núcleo de mayor espesor. Uno de los puntos más destacables del núcleo es su elevada ligereza ya que, como se aprecia en la tabla, el peso que añade al conjunto es del 3 o el 6% del total.

Espesor del núcleo	0	t	3t
Rigidez a flexión de la sección	1	7	37
Peso del conjunto	1	1,03	1,06

Tabla 1.1: Efecto del espesor del núcleo en la rigidez a flexión y en el peso de la estructura [29]

Una de las características principales de los materiales compuestos laminados es la fuerte anisotropía que presentan entre la dirección de las fibras (dirección 1) y la dirección transversal a éstas (dirección 2). Esta propiedad se refleja en la enorme variedad de diseños posibles y se traduce en la posibilidad de realizar diseños óptimos según las solicitaciones del elemento objeto de análisis.

El conocimiento del comportamiento de un material en condiciones de servicio es imprescindible y es uno de los pilares sobre los que se fundamenta el concepto de diseño. La heterogeneidad y anisotropía de los materiales compuestos introducen un grado de complejidad muy alto, especialmente al analizar los posibles modos de fallo (figura 1.11) y las condiciones en servicio críticas para la estructura en cuestión.

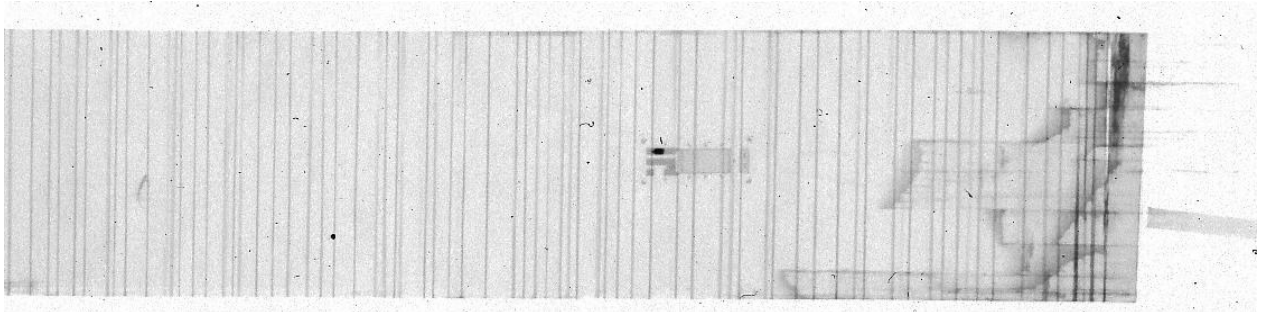


Figura 1.11: Radiografía de una muestra ensayada a tracción hasta rotura, se observan los fenómenos de deslaminación y fisuración de la matriz [1].

La motivación de este trabajo está, por tanto, enfocada hacia la mejora en las predicciones y diseños basados en la tolerancia al daño, concretamente al daño en forma de fisuración transversal de las láminas integradas en un laminado.

La energía potencial liberada cuando la superficie libre de una fisura crece es la Tasa de Liberación de Energía (ERR, Energy Release Rate).

En adelante se denominará tenacidad de fractura a la ERR crítica, ya que en Mecánica de Fractura de materiales compuestos no se trata en términos del Factor de Intensidad de Tensiones, K .

El resultado que se pretende alcanzar en este proyecto es la validación de un modelo de daño con el que calcular la tenacidad de fractura intralaminar en modos I y II (G_{Ic} y G_{IIc}). Estas dos propiedades del material definen la resistencia del mismo a la formación de fisuras transversales al ser sometido a esfuerzos transversales de tracción (G_{Ic}) y de cortadura en el plano (G_{IIc}).

1.2. Objetivos

El objetivo de este trabajo es determinar los valores de tenacidad de fractura intralaminar (G_{Ic} y G_{IIc}) a partir de la curva de densidad de fisuras frente a deformación longitudinal de dos laminados y a continuación validarlos con los resultados experimentales de otro laminado diferente. Cabe destacar que no existe un método normalizado para la obtención de la tenacidad de fractura en modos I y II de materiales compuestos laminados, por lo que se ha seguido un procedimiento original.

El primero de los laminados en este proyecto permitirá calcular la tenacidad de fractura intralaminar en modo I (G_{Ic}) debido a que la secuencia de apilamiento que posee solo permite la aparición de fisuras en modo I puro.

El segundo laminado que se va a considerar presenta una secuencia de apilamiento con la que aparece el modo II de fractura, además del modo I. Con este laminado se podrá calcular la tenacidad de fractura en modo II (G_{IIc}), ya que del laminado anterior se obtuvo G_{Ic} .

Finalmente, los valores obtenidos para la tenacidad de fractura intralaminar serán verificados frente a resultados experimentales obtenidos para otro laminado en el que aparece también modo mixto de fractura, es decir, modos I y II.

Dado que este proyecto forma parte de una investigación conjunta con el Departamento de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de la West Virginia University, los resultados experimentales han sido tomados del proyecto desarrollado por Abad-Blázquez [1].

El modelo analítico con el que se ha trabajado, el modelo DDM, ha sido modificado para incorporar el efecto de las tensiones residuales térmicas en el estudio del daño en un laminado de material compuesto.

1.3. Estructura de este proyecto

Este proyecto se estructura en dos bloques: un primer bloque teórico y un segundo bloque en el que se presentan los resultados experimentales.

- El primer bloque se divide, a su vez, en dos apartados.
 - El primer apartado introduce el concepto de resistencia in-situ, tanto transversalmente a tracción como en cortadura. En esta sección queda determinada la necesidad de incorporar la Mecánica de Fractura para describir la resistencia transversal y a cortadura de materiales compuestos laminados.
 - En segundo lugar se introduce el modelo DDM (Discrete Damage Mechanics) que se utilizará para la obtención de la tenacidad de fractura intralaminar (G_{Ic} y G_{IIc}) en la sección siguiente.
- El segundo bloque presenta los resultados experimentales empleados para el cálculo de la tenacidad de fractura intralaminar en modos I y II (G_{Ic} y G_{IIc}).
 - El primer laminado, con secuencia de apilamiento $[0/90_4]_S$, permite caracterizar la tenacidad de fractura intralaminar en modo I (G_{Ic}).
 - El segundo laminado, con configuración $[0/\pm 55_4/0_{1/2}]_S$, permite caracterizar la tenacidad de fractura intralaminar en modo II (G_{IIc}), asumiendo que la tenacidad de fractura intralaminar en modo I es la obtenida con el primer tipo de laminado.
 - El tercer y último laminado ha sido utilizado como laminado de verificación, ya que en él aparecen fisuras en modo mixto.

1.4. Revisión de la literatura

La clasificación del daño soportado por los materiales compuestos laminados sometidos a cargas mecánicas se divide en fisuras interlaminares formadas por la separación de las láminas (deslaminación), fisuras intralaminas paralelas a las fibras de las láminas, y la rotura de las fibras [36].

Los posibles modos de fallo de los laminados de material compuesto son muy variados, a pesar de ello, la fisuración de la matriz es generalmente el primer modo de daño ante una sollicitación en el plano.

Aunque la fisuración de la matriz no es un modo de fallo catastrófico, su presencia trae consigo la iniciación de otros modos de fallo como la deslaminación, la separación fibra-matriz o la rotura de las fibras que generalmente llevan a la fractura del material. Las fisuras en la matriz incrementan de forma drástica la permeabilidad del material permitiendo el acceso de líquidos y gases contaminantes que pueden degradar las fibras y la interfase fibra-matriz. Además, las fisuras en la matriz llevan a una reducción de las propiedades mecánicas y una redistribución de las tensiones hacia las láminas adyacentes.

La fisuración de la matriz se produce generalmente cuando se aplica una carga perpendicular a las fibras. Una carga unidireccional en laminados cruzados provoca la aparición de fisuras en las láminas a 90° . Sin embargo, este no es el único caso. Varna et al. [40] encontraron experimentalmente que para laminados equilibrados $[0/\pm\theta_4/0_{1/2}]_s$ las fisuras aparecían hasta ángulos mínimos de 40° . Yokozeki et al. [44, 45] observaron fisuras hasta ángulos mínimos de 30° para laminados no equilibrados $[0/\theta/90]_s$.

La Mecánica del Daño en medios continuos (Continuum Damage Mechanics, CDM) se emplea para predecir la degradación de las propiedades termoelásticas en presencia de uno o varios modos de daño. Esta teoría fue originalmente propuesta por Kachanov [22] y Rabotnov [32] y puede ser empleada para predecir diferentes modos de fallo en un material compuesto como, por ejemplo, la fisuración de la matriz, la rotura de las fibras y las deslaminaciones [7, 10-12, 24-27]. Una revisión más reciente de esta metodología se encuentra en [25] y [6].

Algunos autores han conseguido establecer soluciones al problema de fisuración de la matriz [30, 43], pero dichas soluciones se limitan a laminados con una secuencia de apilamiento concreta. En [30] la secuencia de apilamiento del laminado analizada es $[0/90_n]_s$, mientras que en [43] la configuración del laminado es $[\theta_n/\phi_m]_s$ con fisuras en ambas direcciones.

En la Literatura científica sobre este tema se proponen diferentes criterios que definen la iniciación de la fisuración de la matriz [11, 13, 16] basados en modelos de resistencia y en métodos energéticos. Otros estudios se centran en la evolución de la

fisuración de la matriz como una función de la carga aplicada [12, 24, 39, 46]. Los criterios de fallo están descritos, generalmente, en términos de tensión, de deformación o de energía de deformación presente en el laminado durante el proceso de carga. Sin embargo, la predicción de la evolución del daño depende de la precisión en la estimación de las propiedades elásticas de la lámina dañada.

El modelo constitutivo presentado [5, 6, 8, 9, 15] es capaz de predecir el comienzo y la evolución de la fisuración de la matriz y la reducción de la rigidez del laminado. Este modelo solo es válido para laminados simétricos. La evolución del daño en el laminado solo es función de la densidad de fisuras y de la tasa de liberación de energía de deformación crítica en modos I y II. En adelante se referirá a este parámetro como tenacidad de fractura intralaminar en modos I y II (G_{Ic} y G_{IIc}). La formulación del modelo solamente está definida para casos de carga uniaxial.

Capítulo 2

Desarrollo teórico

2.1. Mecánica de Fractura

El fallo de un elemento estructural tiene lugar cuando dicho elemento no es capaz de llevar a cabo la misión para la que fue diseñado. En el caso de los materiales compuestos laminados, existen múltiples formas de daño posibles. A continuación se citan las más habituales:

- Rotura de fibras (fibers breakage). La rotura de las fibras suele ocurrir con niveles de tensión muy elevados, aunque una pequeña proporción de ellas fallará con niveles de tensión mucho menores a los esperados. Esto se debe a que la resistencia a tracción de las fibras sigue una distribución de probabilidad determinada por el proceso de fabricación de éstas. En general obedecen a una distribución de Weibull [5].
- Microfisuración de la matriz (matrix crazing). Aparición de fisuras microscópicas en la matriz polimérica del compuesto.
- Fisuración de la matriz (matrix cracking). Semejante al anterior, pero con un tamaño de las fisuras mayor.
- Deslizamiento de las fibras (fiber debonding). Tiene lugar cuando falla la interfase fibra-matriz.
- Deslaminación. Fallo en la interfase lámina-lámina dentro del laminado.

Dada la gran variedad de modos de fallo de este tipo de materiales, resulta complejo incorporar todos ellos en el análisis de un componente estructural. En este capítulo se introduce la Mecánica de Fractura al análisis de la resistencia transversal a tracción (F_{2t}) y a la resistencia a cortadura en el plano de una lámina (F_6).

2.1.1. Resistencia transversal a tracción

Una lámina unidireccional sometida a una carga de tracción en la dirección transversal de las fibras (σ_2) falla cuando una fisura transversal se propaga a lo largo de la dirección de las fibras seccionando la lámina (Figura 2.1). Por ello, la resistencia transversal a tracción de un material compuesto laminado es un problema que debe estudiarse desde la óptica de la Mecánica de Fractura.

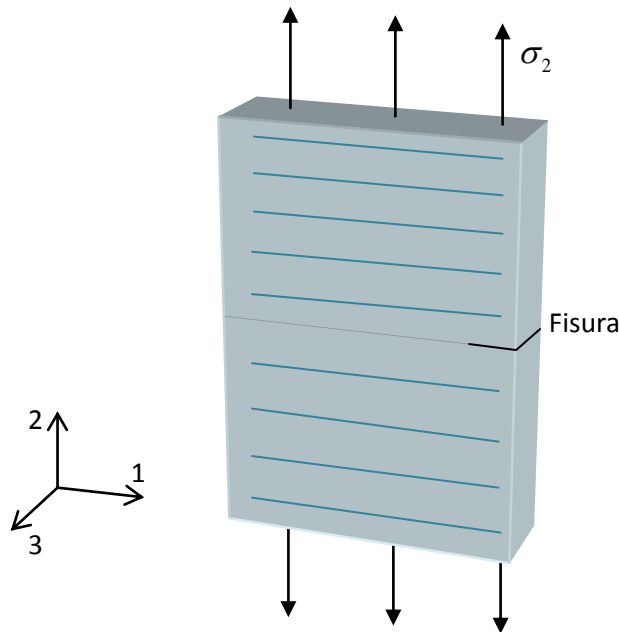


Figura 2.1: Representación de un laminado unidireccional (UD) sometido a una carga de tracción transversal

Cuando la lámina forma parte de un laminado, la resistencia transversal a tracción de la misma (F_{2t}) parece aumentar debido al efecto restrictivo que aportan las láminas contiguas. Un parámetro como F_{2t} que modifica su valor en función de tales condiciones no puede considerarse una propiedad del material, ya que éstas no dependen de las condiciones de contorno. De nuevo, la solución a este problema debe tratarse mediante la Mecánica de Fractura, siendo la propiedad del material a considerar la tenacidad de fractura en modo I (G_{Ic}).

2.1.2. Resistencia a cortadura en el plano

En primer lugar es necesario diferenciar claramente las tres tensiones de cortadura en un análisis tridimensional. En la figura 2.2 se representan los tres planos del espacio sobre los que actúan las tensiones de cortadura.

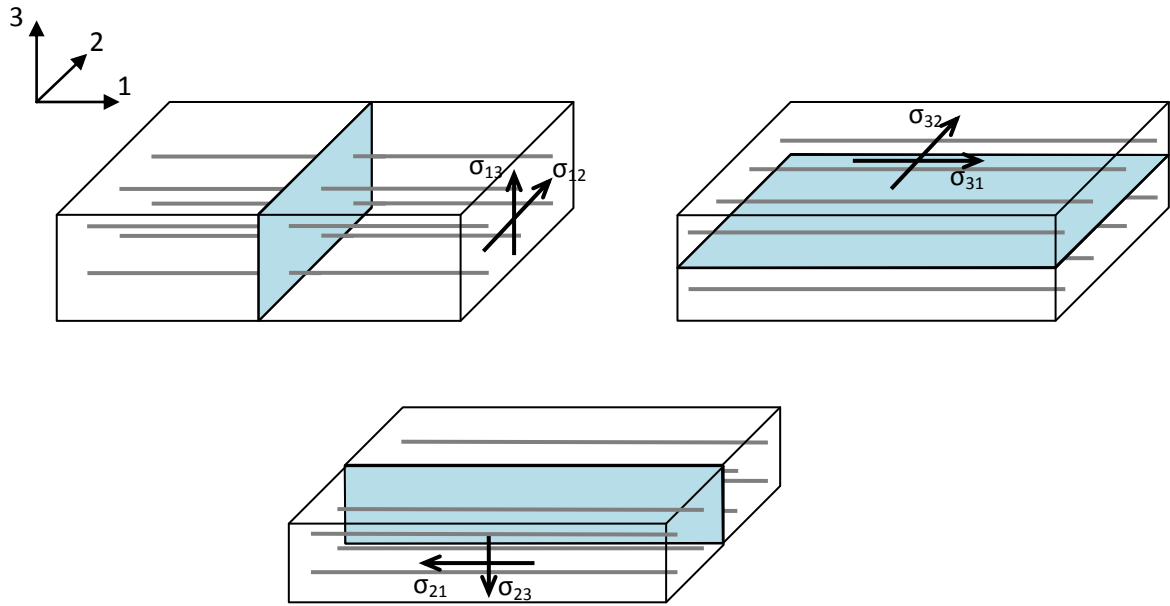


Figura 2.2: Representación de las tensiones de cortadura en una lámina unidireccional de material compuesto

El primer subíndice indica la dirección del vector normal al plano sobre el que está aplicado el cortante. El segundo subíndice representa la dirección de la tensión.

La tensión de cortadura en el plano del laminado es σ_{12} , pero en adelante empleando la notación contraída en lugar de la tensorial, se denominará σ_6 .

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \sigma_1 & \sigma_6 & \sigma_5 \\ \sigma_6 & \sigma_2 & \sigma_4 \\ \sigma_5 & \sigma_4 & \sigma_3 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Transformación de las componentes del tensor de tensiones de notación tensorial a notación contraída

El valor límite de la tensión de cortadura en una lámina se denomina resistencia a cortadura en el plano (F_6). Sin embargo, el fallo por cortadura en una lámina unidireccional ocurre cuando una fisura transversal se propaga a lo largo de la dirección de las fibras partiendo la lámina en dos (figura 2.3). Por lo tanto, al igual que sucede para la resistencia transversal a tracción, se trata de un problema de Mecánica de Fractura.

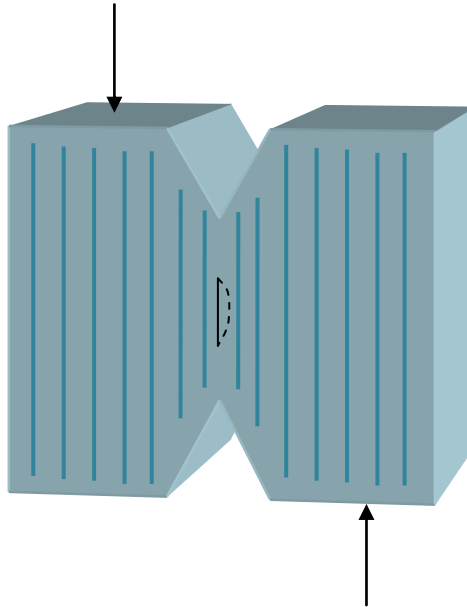


Figura 2.3: Fisura crítica en una lámina unidireccional con cortadura en el plano

Cuando la lámina forma parte de un laminado, la resistencia a cortadura en el plano de la lámina parece aumentar debido al efecto restrictivo impuesto por las láminas adyacentes. Este efecto se produce debido a que la propiedad que gobierna el modo de fallo a cortadura en el plano no es F_6 , sino que es la tenacidad de fractura intralaminar en modo II (G_{IIc}).

2.2. Resistencia In-situ

La existencia de defectos en el interior de un material compuesto es un fenómeno inherente a la fabricación del mismo. Estos defectos pueden agruparse dando lugar a huecos, microfisuras, regiones con una interfase débil fibra-matriz entre otros. Todos estos defectos actúan como regiones de nucleación para la aparición y crecimiento de fisuras.

La Mecánica de Fractura de un medio sólido asume que existe una fisura de tamaño característico que representa la presencia de los defectos anteriormente mencionados. En la Figura 2.4 se representa una fisura en el interior de una lámina que forma parte de un laminado. Una fisura paralela a la dirección de las fibras (dirección 1) crecerá en la dirección longitudinal (L) o transversal (T) cuando la tasa de liberación de energía (Energy Release Rate, ERR) alcance la tenacidad de fractura del material (G_{Ic} o G_{IIc}) en alguna de esas direcciones. En este trabajo se llamará tenacidad de fractura del material a la tasa de liberación de energía de deformación crítica del mismo, tanto en modo I como en modo II.

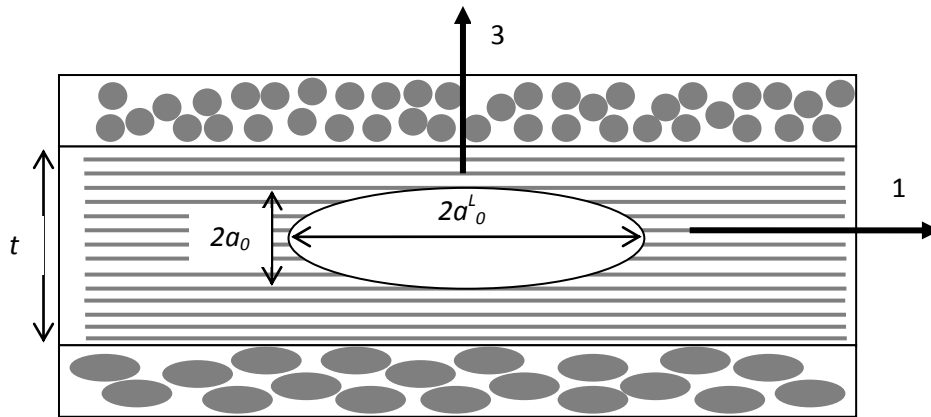


Figura 2.4: Representación esquemática de una fisura en el interior de una lámina que forma parte de un laminado (modificado de [5])

En la dirección transversal, las ERR en modo I y II son [3]:

$$G_I^T = \frac{\pi a_0}{2} \Lambda_{22}^0 \cdot \sigma_2^2$$

$$G_{II}^T = \frac{\pi a_0}{2} \Lambda_{44}^0 \cdot \sigma_6^2$$
(2.2)

donde:

$$\Lambda_{22}^0 = 2 \left(\frac{1}{E_2} - \frac{\nu_{21}^2}{E_1} \right)$$

$$\Lambda_{44}^0 = \frac{1}{G_{12}} \quad (2.3)$$

Por lo tanto, una fisura se propaga en la dirección del espesor (dirección 3) cuando la tasa de liberación de energía alcanza el valor de la tenacidad de fractura. En ese momento, por definición, la tensión alcanza los valores de resistencia in-situ:

$$G_{Ic} = \frac{\pi a_0}{2} \Lambda_{22}^0 \cdot (F_{2t}^{is})^2$$

$$G_{IIc} = \frac{\pi a_0}{2} \Lambda_{44}^0 \cdot (F_6^{is})^2 \quad (2.4)$$

A diferencia de la dirección transversal, en la dirección longitudinal, se tiene que:

$$G_I^L = \frac{\pi a_0}{4} \Lambda_{22}^0 \cdot \sigma_2^2$$

$$G_{II}^L = \frac{\pi a_0}{4} \Lambda_{44}^0 \cdot \sigma_6^2 \quad (2.5)$$

Puesto que la tasa de liberación de energía en la dirección transversal es el doble que en la dirección longitudinal (2.2 y 2.5), una fisura crecerá primero en la dirección transversal antes que en la longitudinal. Entonces, el crecimiento de la fisura se detendrá en la dirección transversal, dado que no puede cruzar hacia las láminas adyacentes con fibras orientadas en una dirección distinta, y se verá obligada a crecer en la dirección longitudinal. La ecuación 2.2 indica que el crecimiento de la fisura en la dirección transversal es inestable, ya que es proporcional a la longitud de la fisura ($2a_0$).

Si la lámina es delgada, la fisura crecerá hasta ocupar todo el espesor ($t = 2a_0$) y, entonces no tendrá otra opción que crecer en la dirección longitudinal cuando la tasa de liberación de energía alcanza la tenacidad de fractura intralaminar ($G_I = G_{Ic}$ o $G_{II} = G_{IIc}$). En ese momento, la resistencia in-situ es:

$$\begin{aligned}
 G_{Ic} &= \frac{\pi t}{8} \Lambda_{22}^0 \cdot (F_{2t}^{is})^2 \Rightarrow F_{2t}^{is-thin} = \sqrt{\frac{8G_{Ic}}{\pi t \cdot \Lambda_{22}^0}} \\
 G_{IIc} &= \frac{\pi t}{8} \Lambda_{44}^0 \cdot (F_6^{is})^2 \Rightarrow F_6^{is-thin} = \sqrt{\frac{8G_{IIc}}{\pi t \cdot \Lambda_{44}^0}}
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Cabe destacar que se han supuesto idénticas la tenacidad de fractura en dirección transversal y longitudinal, puesto que no existe evidencia de lo contrario. La resistencia in-situ es denominada de esta forma porque no puede identificarse como una propiedad del material puesto que depende del espesor de la lámina (t).

Si la lámina en la que se encuentra la fisura es gruesa, la fisura crecerá de forma inestable a través del espesor hasta alcanzar la interfase. Entonces, la resistencia in-situ resultaría ser:

$$\begin{aligned}
 G_{Ic} &= \frac{\pi a_0}{2} \Lambda_{22}^0 \cdot (F_{2t}^{is})^2 \Rightarrow F_{2t}^{is-thick} = \sqrt{\frac{2G_{Ic}}{\pi a_0 \cdot \Lambda_{22}^0}} \\
 G_{IIc} &= \frac{\pi a_0}{2} \Lambda_{44}^0 \cdot (F_6^{is})^2 \Rightarrow F_6^{is-thick} = \sqrt{\frac{2G_{IIc}}{\pi a_0 \cdot \Lambda_{44}^0}}
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

En cuanto a la distinción entre lámina gruesa y delgada, basta igualar la resistencia in-situ para una lámina gruesa (2.7) y para una lámina delgada (2.6), obteniendo que el valor crítico del espesor es $t = 4a_0$, como fue propuesto originalmente en [5, eq. 7.37]:

$$\begin{aligned}
 F_{2t}^{is-thick} &= F_{2t}^{is-thin} (t = t_t = 4a_0) \\
 F_6^{is-thick} &= F_6^{is-thin} (t = t_t = 4a_0)
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Este valor del espesor de la lámina es definido en la literatura como *espesor de transición* (transition thickness, t_t). Los resultados experimentales [41] identifican valores de $t_t = 0.6 \text{ mm}$ para materiales compuestos de fibra de vidrio-epoxy y $t_t = 0.8 \text{ mm}$ para fibra de carbono-epoxy.

En definitiva, las láminas de espesor inferior a t_t se consideran delgadas y las láminas de espesor superior a t_t son gruesas.

En una lámina gruesa, una fisura de longitud menor que el espesor de la lámina no se encuentra restringida por las láminas adyacentes pudiendo crecer en condiciones similares a las de un laminado unidireccional. Las ecuaciones de la Mecánica de Fractura para las condiciones descritas en las secciones 2.1.1 y 2.1.2 son:

$$\begin{aligned}
 G_I &= 1.12^2 \pi a_0 \Lambda_{22}^0 \cdot \sigma_2^2 \\
 G_{II} &= \pi a_0 \Lambda_{44}^0 \cdot \sigma_6^2
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

En condiciones críticas, las ecuaciones (2.9) se convierten en:

$$\begin{aligned} G_{Ic} &= 1.12^2 \pi a_0 \Lambda_{22}^0 \cdot (F_{2t})^2 \\ G_{IIc} &= \pi a_0 \Lambda_{44}^0 \cdot (F_6)^2 \end{aligned} \quad (2.10)$$

Las ecuaciones (2.10) permiten estimar los valores de tenacidad de fractura intralaminar a partir de resultados experimentales de resistencia transversal a tracción (F_{2t}) y a cortadura en el plano (F_6) para laminados unidireccionales. Sin embargo, los resultados obtenidos al medir la resistencia transversal a tracción no suelen ofrecer una gran fiabilidad debido a su alta dispersión y a otros factores asociados a la naturaleza frágil del laminado sin constreñir, es decir, sin láminas orientadas en otras direcciones. En caso de poder estimar la tenacidad de fractura intralaminar (G_{Ic} y G_{IIc}), entonces la resistencia puede estimarse suponiendo $a_0 = t/4$, como fuese propuesto originalmente en [5, eq. 7.40].

$$\begin{aligned} F_{2t} &= \sqrt{\frac{G_{Ic}}{1.12^2 \pi a_0 \cdot \Lambda_{22}^0}} \\ F_6 &= \sqrt{\frac{G_{IIc}}{\pi a_0 \cdot \Lambda_{44}^0}} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Si se sustituyen las ecuaciones (2.10) en las (2.7) se deducen las siguientes expresiones para una lámina gruesa:

$$\begin{aligned} F_{2t}^{is-thick} &= 1.12\sqrt{2}F_{2t} \\ F_6^{is-thick} &= \sqrt{2}F_6 \end{aligned} \quad (2.12)$$

Mientras que si se sustituyen las ecuaciones (2.10) en las (2.6) se deducen las expresiones correspondientes a una lámina delgada de espesor t :

$$\begin{aligned} F_{2t}^{is-thin} &= 1.12\sqrt{\frac{2t_t}{t}}F_{2t} \\ F_6^{is-thin} &= \sqrt{\frac{2t_t}{t}}F_6 \end{aligned} \quad (2.13)$$

Finalmente, [5, eq. 7.42] define el espesor efectivo de la lámina como el mínimo entre el espesor y el espesor de transición para reunir en una sola expresión la resistencia in-situ para láminas gruesas y delgadas:

$$\begin{aligned}
 t_e &= \min(t, t_t) \\
 F_{2t}^{is} &= 1.12 \sqrt{\frac{2t_t}{t_e}} F_{2t} \\
 F_6^{is} &= \sqrt{\frac{2t_t}{t_e}} F_6
 \end{aligned}
 \tag{2.14}$$

En particular, para el material estudiado en la parte experimental de este proyecto, MTM45-1 (fibra de carbono-epoxy), se ha representado la resistencia transversal a tracción suponiendo que el espesor de transición es de 0.8 mm (figura 2.5).

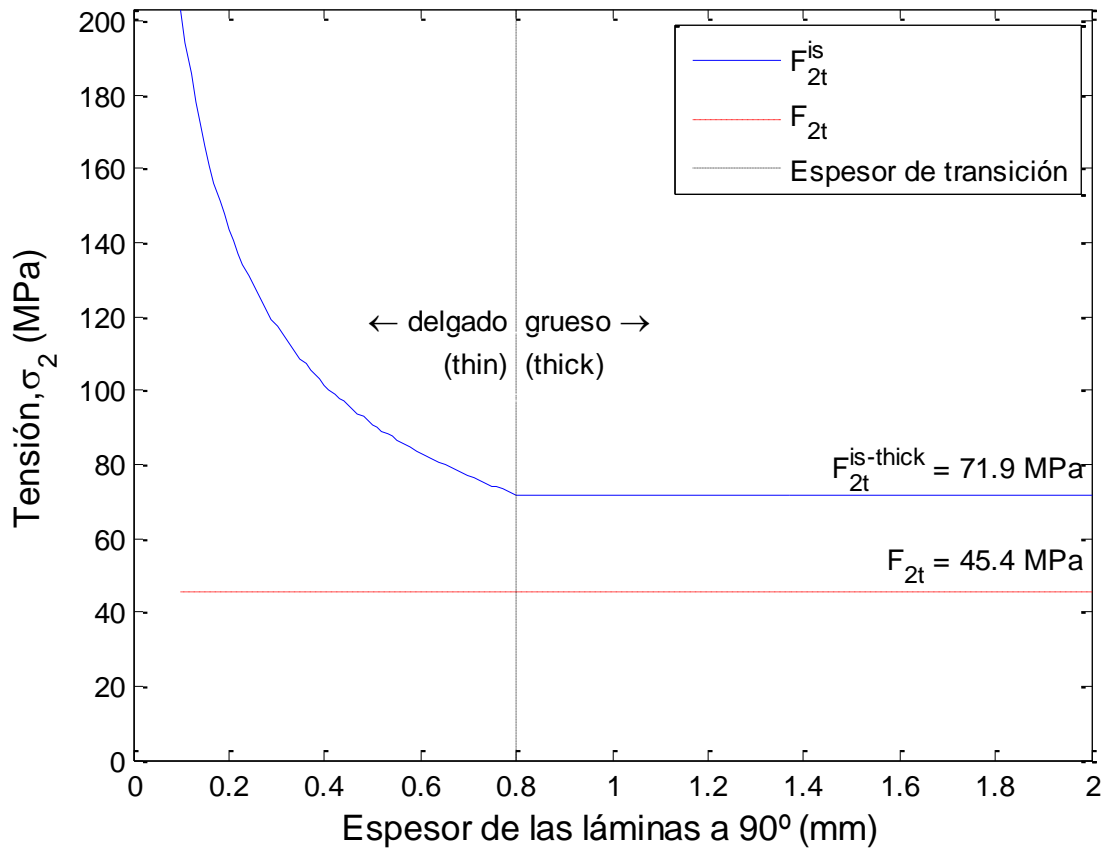


Figura 2.5: Representación de la resistencia in-situ frente al espesor de la lámina indicando el espesor de transición, también incluye la resistencia transversal a tracción (F_{2t}) de un laminado unidireccional

En la Tabla 2.1 se muestran las configuraciones de los laminados ensayados en este trabajo para corroborar la teoría de resistencia in-situ para un material compuesto de fibra de carbono-epoxy (MTM 45-1).

Laminado	Secuencia de apilamiento
i	$[90_{10}]_T$
ii	$[\pm 25/90_5]_S$
iii	$[0/90_4]_S$
iv	$[0/90_2]_S$

Tabla 2.1: Descripción de los laminados ensayados para estudiar la resistencia in-situ

Las propiedades del material se especifican en el Apéndice A de este proyecto.

En la tabla 2.2 se muestran las tensiones mecánicas soportadas por las probetas al inicio de la formación de fisuras (First Ply Failure, FPF).

Laminado	t (mm)	$\varepsilon_{x,FPF}^M$ (%)	F_{2t}^M (MPa)	F_{2t}^T (MPa)	F_{2t} (MPa)
i	1,40	0,63	44,4	0	44,4
ii	1,40	0,67	43,5	28,8	72,3
iii	1,12	0,74	44,4	28,6	73,0
iv	0,56	0,75	44,3	31,0	75,3

Tabla 2.2: Resultados obtenidos en el estudio de la resistencia in-situ

Cabe destacar el gran efecto de las tensiones residuales debidas al enfriamiento del material posterior al proceso de curado (F_{2t}^T), excepto en el caso del laminado unidireccional (laminado *i*). La descripción analítica asociada a este efecto ha sido desarrollada en la Sección 2.3.4.

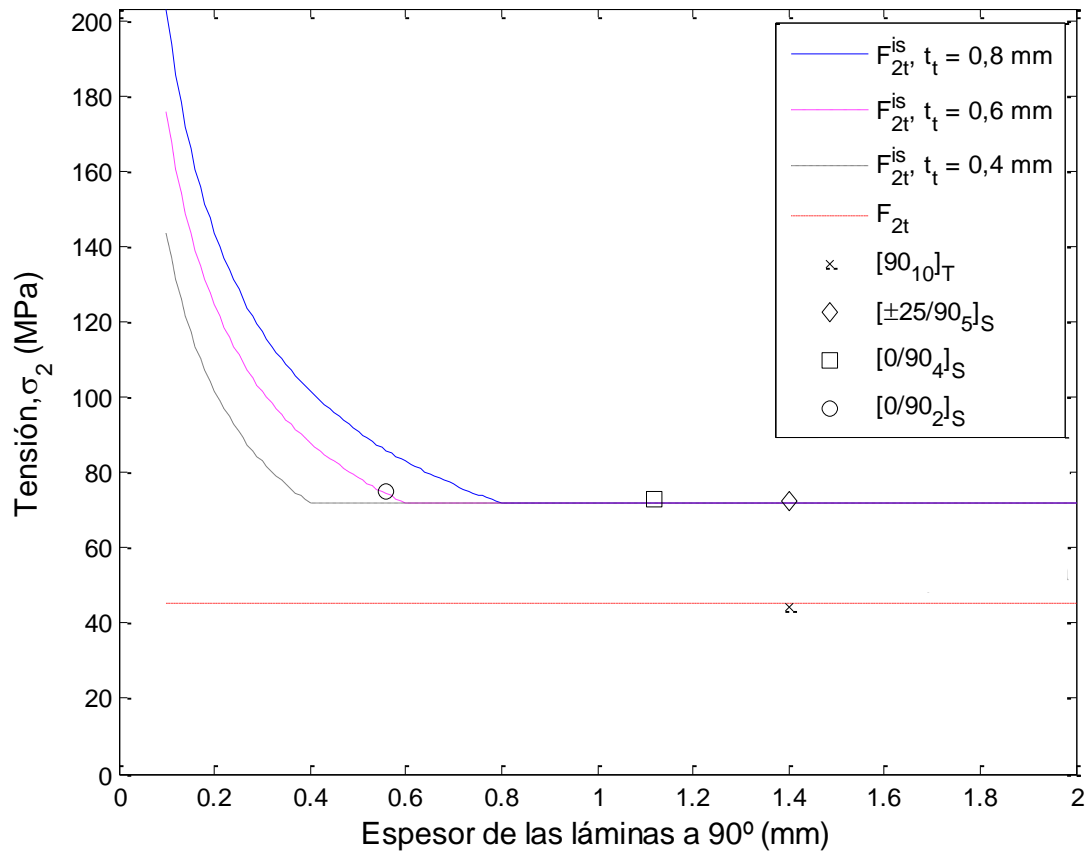


Figura 2.6: Representación de la resistencia in-situ en los ensayos realizados junto a tres estimaciones teóricas con diferentes espesores de transición (0,8, 0,6 y 0,4 mm) y el valor de resistencia sin corregir (F_{2t})

En la figura 2.6 se han representado los resultados experimentales obtenidos de ensayar probetas de los laminados descritos en la Tabla 2.1. A la vista de estos resultados se comprueba que la resistencia transversal a tracción de una lámina de material compuesto muestra una fuerte dependencia en función de si forma parte de un laminado con láminas orientadas en otras direcciones (línea continua) o si se trata de un laminado unidireccional (línea roja). También se puede observar que considerando un espesor de transición $t_t = 0,6 \text{ mm}$ el punto correspondiente al laminado $[0/90_2]_S$ se ajusta mejor a la estimación proporcionada por la teoría de resistencia in-situ que con $t_t = 0,8 \text{ mm}$.

En posteriores investigaciones sería conveniente ensayar laminados del mismo material compuesto con una secuencia de apilamiento $[0/90_x]_S$ con $x = 0,5, 1$ y $1,5$. Con ello la región de espesor delgado quedaría mejor definida y el valor del espesor de transición podría ser estimado con mayor precisión.

Sin embargo, el cálculo de la resistencia in-situ solo indica la aparición de la primera fisura (First Ply Failure, FPF), no proporcionando información acerca de la evolución de la densidad de fisuras, es decir, del daño.

Además del espesor de la lámina, la secuencia de apilamiento también afecta a la carga con la que aparece la primera fisura, aunque este efecto no se puede considerar en cálculos sencillos.

En un laminado unidireccional la aparición de la primera fisura provoca el fallo catastrófico del laminado completo, pero para el resto de ellos la aparición de la primera fisura apenas tiene algún efecto en el comportamiento mecánico del laminado.

La predicción del comportamiento mecánico de un laminado fisurado (reducción de la rigidez, redistribución de tensiones y colapso final del laminado) requiere analizar la evolución del daño.

2.3. Mecánica del Modelo del Daño

Como se ha visto en el apartado anterior, la carga de FPF (First Ply Failure) es aquella con la que aparece la primera fisura en una lámina del laminado. Sin embargo, este resultado no aporta ninguna información sobre el comportamiento del laminado si se encuentra sometido a cargas mayores.

El criterio de tensión máxima, en el que se basa la teoría de resistencia in-situ expuesta en el apartado 2.2, tiene dos importantes deficiencias:

- i. En general, los valores de resistencia deben ser corregidos dependiendo del espesor de la lámina y de la secuencia de apilamiento. El efecto del espesor de la lámina puede ser contabilizado empleando las fórmulas de la resistencia in-situ; sin embargo, la secuencia de apilamiento no se puede considerar fácilmente.
- ii. En segundo lugar, como ya se ha comentado anteriormente, este criterio solo indica la carga a partir de la cual comienzan a formarse fisuras en la lámina. Si bien es cierto que para un laminado unidireccional ésta coincide con la carga de saturación del laminado, para laminados no unidireccionales la aparición de fisuras en una lámina provoca una reducción de rigidez en la misma, y por tanto una redistribución de las tensiones dentro del laminado. Este criterio no tiene en cuenta el daño acumulado por las láminas fisuradas.

Para cuantificar y evaluar la cantidad de daño acumulado por las láminas se empleará una alternativa al criterio de tensión máxima basado en la Mecánica del Daño en Medios Continuos (Continuum Damage Mechanics, CDM) [6].

2.3.1. Mecánica del Daño en Medios Continuos

En primer lugar ha de introducirse la distinción entre cantidades aparentes y efectivas. En adelante, las cantidades efectivas o no dañadas se indicarán con el símbolo \sim (tilde) sobre ellas. Por ejemplo, la tensión aparente (σ) se calcula como el cociente entre la fuerza por la sección transversal que es posible medir en el diseño (A). Mientras que la tensión efectiva ($\bar{\sigma}$) se obtiene de dividir la fuerza por el área efectiva, A_e . El parámetro que relaciona el área aparente (A) con el área efectiva (A_e) es el daño, D .

$$A_e = A(1 - D), \text{ donde } 0 \leq D < 1 \quad (2.15)$$

De forma análoga se definen las matrices de rigidez (Q) y de flexibilidad (\tilde{S}) a partir de las propiedades elásticas del material sin degradar: E_1 , E_2 , G_{12} y ν_{12} .

Además, el modelo de Mecánica del Daño en Medios Continuos requiere la incorporación de una serie de elementos adicionales:

- 1) Una variable de estado en la que se registre el nivel del daño acumulado.
- 2) Una variable independiente, asociada termodinámicamente a la variable de estado, que controle el proceso del daño.
- 3) Una función de activación del daño g que permita diferenciar los estados de deformación en los que aparece daño de los estados en los que no aparece daño.
- 4) Un umbral de daño que controle el tamaño inicial de la función de activación del daño.
- 5) Una función de endurecimiento del daño que vaya actualizando el umbral del daño.
- 6) Una función de evolución del daño usada para predecir los incrementos del daño.
- 7) El valor crítico del daño para el que la lámina falla.

2.3.2. Modelo de Mecánica del Daño Discreto

El modelo de Mecánica del Daño Discreto (Discrete Damage Mechanics, DDM [5, sect. 8.4]) intenta predecir el comportamiento frente al daño de una lámina que forma parte de un laminado. Las propiedades del material que gobiernan la evolución del daño en un laminado son las tenacidades de fractura en modos I y II (G_{Ic} y G_{IIc}).

El modelo es capaz de predecir con exactitud la deformación con la que aparece la primera fisura, la evolución de la densidad de fisuras en función de la deformación y la redistribución de tensiones en el laminado debido a la degradación de las propiedades mecánicas de la lámina fisurada.

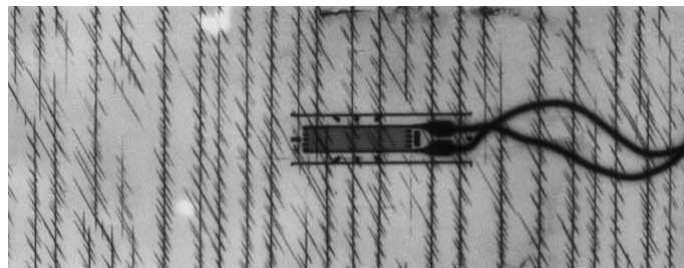


Figura 2.7: Fisuras intralaminares en la matriz de un laminado $[0/60_2/90]_s$, [44]

La formación de fisuras se basa en que sea cual sea el proceso de fabricación del material compuesto siempre existe una serie de defectos tales como huecos, microfisuras, deslizamiento fibra-matriz, etc. Para tener esto en cuenta se supone la existencia de una fisura característica en la matriz de longitud $2a_0$ (Figura 2.4).

Cuando las láminas de un laminado están sometidas a esfuerzos transversales (σ_2) o de cortadura (σ_6), las fisuras en la matriz crecen paralelamente a la dirección de las fibras (Figura 2.7). La aparición de fisuras reduce la rigidez de la lámina fisurada, haciendo que las láminas adyacentes tengan que soportar mayores tensiones. La cantidad de daño acumulado en cada lámina es representada por la densidad de fisuras (λ), parámetro que se define como la cantidad de fisuras por unidad de longitud o como la inversa de la distancia entre dos fisuras contiguas si suponemos que todas se encuentran equiespaciadas, $\lambda = 1/2l$ (Figura 2.8). En definitiva, la única variable de estado necesaria para caracterizar el daño en cada lámina es la densidad de fisuras.

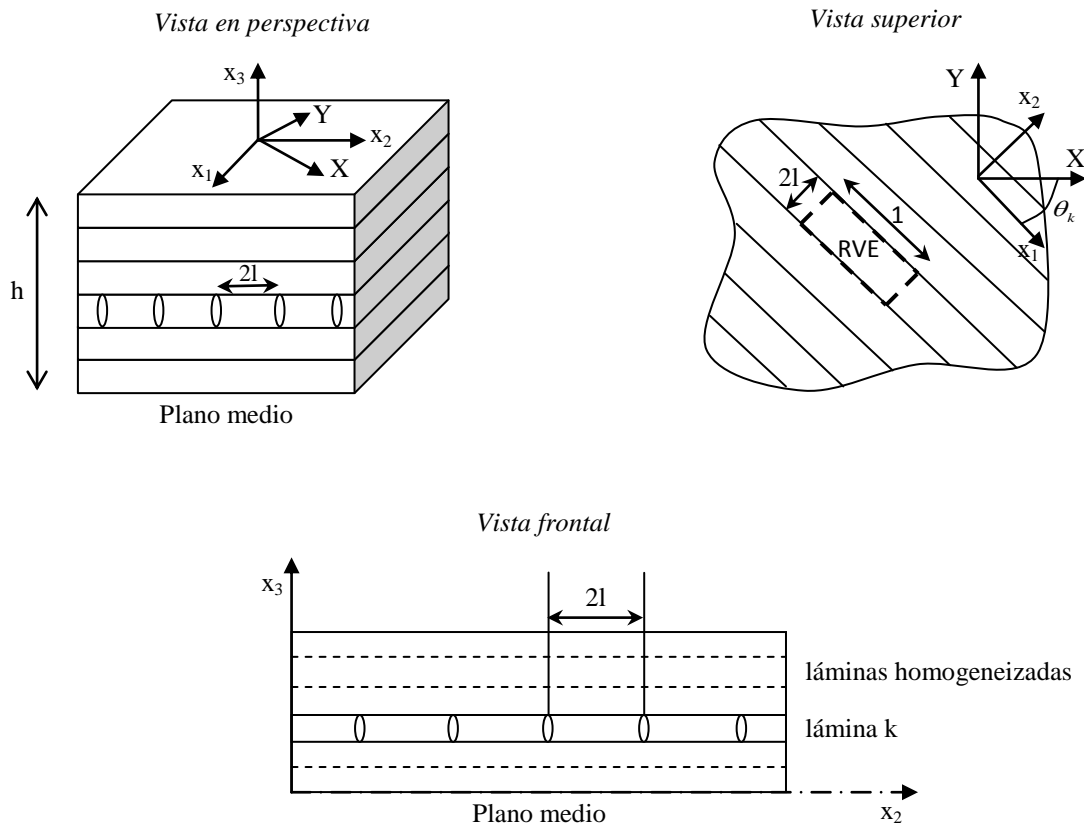


Figura 2.8: Vistas representativas de un laminado con una lámina k fisurada

Los elementos que caracterizan el modelo DDM son:

- 1) En cada lámina la variable de estado es la densidad de fisuras (λ_k). Se definen tres variables de daño $D_{12}^k(\lambda^k), D_{22}^k(\lambda^k), D_{66}^k(\lambda^k)$, en función de la densidad de fisuras. Estas variables de daño representan la degradación de los términos Q_{12} , Q_{22} y Q_{66} de la matriz de rigidez reducida de la lámina fisurada (Q^k).
- 2) La variable independiente asociada a la variable de estado (λ) es la deformación del plano medio $\left\{\overrightarrow{\varepsilon^0}\right\}_{xy}$. Como se dijo anteriormente, este análisis solo es válido para laminados simétricos sometidos a cargas en el plano.
- 3) En este modelo para la función de activación del daño se ha seleccionado el criterio propuesto por Hahn [20], que puede escribirse como:

$$g = (1-r) \sqrt{\frac{G_I(\lambda, \varepsilon)}{G_{Ic}}} + r \frac{G_I(\lambda, \varepsilon)}{G_{Ic}} + \frac{G_{II}(\lambda, \varepsilon)}{G_{IIc}} - 1 \leq 0$$

$$r = \frac{G_{Ic}}{G_{IIc}} \quad (2.16)$$

- 4) El umbral del daño está implícito dentro de g , y está representado por la tenacidad de fractura intralaminar del material (G_{Ic} y G_{IIc}). Inicialmente la densidad de fisuras es nula y g actúa como criterio de inicio de las fisuras [21]. El valor de deformación para la cual $g = 0$ supone el inicio de la formación de fisuras. Una vez que se ha iniciado el daño, g se convierte en la función de activación del daño gracias al efecto de endurecimiento que se explica en el siguiente punto.
- 5) La función de endurecimiento se encuentra implícita en la función de activación del daño. Para un cierto valor de deformación, las tasas de liberación de energía G_I y G_{II} son funciones decrecientes con λ . Es por ello que, al aumentar la densidad de fisuras, G_I y G_{II} disminuyen haciendo $g < 0$ y deteniendo la formación de daño mientras no aumente el nivel de deformación.

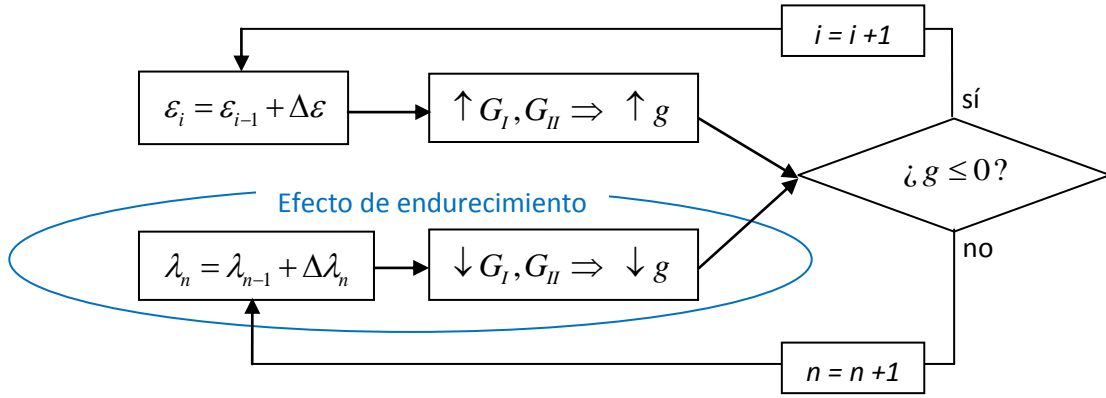


Figura 2.9: Representación esquemática del efecto de endurecimiento en la función de activación de daño basado en la densidad de fisuras

- 6) No es necesario postular una función de evolución del daño. Basta ajustar la densidad de fisuras a un valor que satisfaga el equilibrio de fuerzas haciendo que g sea nulo ($g = 0$). Un algoritmo [6], empleado en cada paso de deformación, lo consigue actualizando la densidad de fisuras mediante incrementos iterativos de la forma:

$$\Delta\lambda = \frac{-g}{\partial g / \partial \lambda} \quad (2.17)$$

- 7) La densidad de fisuras aumenta hasta la saturación de la lámina, alcanzando un valor tal que la lámina pierde su rigidez casi completamente y la carga soportada por dicha lámina es transferida al resto del laminado. El análisis de la lámina fisurada es detenido cuando la densidad de fisuras llega al valor $\lambda_{\text{lim}}^k = 1/h^k$, siendo h^k el espesor de la lámina k . Por ello, la separación crítica entre fisuras equiespaciadas en la lámina es igual al espesor de la misma.

2.3.3. Descripción analítica del modelo DDM

Limitaciones

Las limitaciones del modelo son las siguientes:

- El laminado estudiado debe ser simétrico
- Los esfuerzos soportados por el laminado deben ser esfuerzos en el plano (N_x, N_y, N_{xy}) .
- El espesor del laminado (h) es pequeño, es decir, el laminado es delgado.

Con estas restricciones se tiene:

$$\begin{aligned}\frac{\partial w^{(i)}}{\partial x_1} &= \frac{\partial w^{(i)}}{\partial x_2} = 0 \\ \sigma_3^{(i)} &= 0\end{aligned}\quad (2.18)$$

Siendo $w(x_1, x_2, x_3)$ el desplazamiento vertical de un punto de la lámina i en ejes de la lámina.

En la Tabla 2.3 se indica el significado de los subíndices y superíndices empleados en el desarrollo analítico.

Subíndice o superíndice	Descripción
i	Cualquier lámina del laminado
k	Lámina fisurada
m	Cualquiera de las láminas no fisuradas ($m \neq k$)

Tabla 2.3: Descripción de los subíndices y superíndices aplicados en el modelo

Aproximaciones

Aparecen tensiones de cortadura fuera del plano debido a las perturbaciones en el campo de desplazamientos provocadas por las fisuras. Se ha supuesto en este proyecto una variación lineal de la tensión de cortadura a lo largo de la dirección x_3 en cada lámina resultando:

$$\begin{aligned}\sigma_4^{(i)}(x_3) &= \sigma_4^{i-1,i} + \left(\sigma_4^{i,i+1} + \sigma_4^{i-1,i}\right) \frac{x_3 - x_3^{i-1,i}}{h^{(i)}} \\ \sigma_5^{(i)}(x_3) &= \sigma_5^{i-1,i} + \left(\sigma_5^{i,i+1} + \sigma_5^{i-1,i}\right) \frac{x_3 - x_3^{i-1,i}}{h^{(i)}}\end{aligned}\quad (2.19)$$

Para calcular los desplazamientos en una lámina se define un valor promedio, a lo largo del espesor de la misma, como:

$$\varphi_i(x_1, x_2) = \frac{1}{h^{(i)}} \int_{h^i} \varphi_i(x_1, x_2, x_3) dx_3 \quad (2.20)$$

Concretamente, las variables promediadas son:

- $u_i(x_1, x_2)$, $v_i(x_1, x_2)$, $w_i(x_1, x_2)$, que son los desplazamientos medios a lo largo del espesor en la lámina i en función de las coordenadas en ejes de la lámina.
- $\varepsilon_1^i(x_1, x_2)$, $\varepsilon_2^i(x_1, x_2)$, $\gamma_6^i(x_1, x_2)$, que son las deformaciones medias en la i -ésima lámina.
- $\sigma_1^i(x_1, x_2)$, $\sigma_2^i(x_1, x_2)$, $\sigma_6^i(x_1, x_2)$, que son las tensiones medias en la i -ésima lámina.

Campo de desplazamientos

El análisis comienza planteando las ecuaciones constitutivas y de equilibrio en términos de las variables promediadas.

Las ecuaciones constitutivas de la lámina fisurada k pueden escribirse en términos de los desplazamientos medios y de la matriz de rigidez reducida sin daño:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1^{(k)} \\ \sigma_2^{(k)} \\ \sigma_6^{(k)} \end{Bmatrix} = Q^{(k)} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u^{(k)}}{\partial x_1} \\ \frac{\partial \hat{v}^{(k)}}{\partial x_2} \\ \frac{\partial u^{(k)}}{\partial x_2} + \frac{\partial \hat{v}^{(k)}}{\partial x_1} \end{Bmatrix} \quad (2.21)$$

donde el símbolo \sim representa propiedades no degradadas (sin daño). Las láminas restantes pueden tener propiedades reducidas que se calculan en términos de los valores previos de las variables de daño $D_{12}^{(m)}$, $D_{22}^{(m)}$, $D_{66}^{(m)}$ como a continuación se indica:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1^{(m)} \\ \sigma_2^{(m)} \\ \sigma_6^{(m)} \end{Bmatrix} = Q^{(m)} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u^{(m)}}{\partial x_1} \\ \frac{\partial \hat{v}^{(m)}}{\partial x_2} \\ \frac{\partial u^{(m)}}{\partial x_2} + \frac{\partial \hat{v}^{(m)}}{\partial x_1} \end{Bmatrix} \quad (2.22)$$

siendo Q^m la matriz de rigidez dañada en ejes de la lámina:

$$Q^m = [T(\theta)]^{-1} \begin{bmatrix} Q_{11}^{(m)} & (1-D_{12}^{(m)})Q_{12}^{(m)} & 0 \\ (1-D_{12}^{(m)})Q_{12}^{(m)} & (1-D_{22}^{(m)})Q_{22}^{(m)} & 0 \\ 0 & 0 & (1-D_{66}^{(m)})Q_{66}^{(m)} \end{bmatrix} [T(\theta)]^{-T} \quad (2.23)$$

donde $[T]^{-1}$ es la matriz de transformación de tensiones (Apéndice B.1) del sistema de coordenadas de la lámina m a la lámina k , con el ángulo θ tomado desde k hasta m . $D_{12}^{(m)}, D_{22}^{(m)}, D_{66}^{(m)}$ son variables de daño que representan la reducción de rigidez transversal y a cortadura de las láminas m [15].

Las ecuaciones constitutivas para las tensiones de cortadura fuera del plano son escritas en función de los desplazamientos medios ponderados [15, Apéndice A]. Estas ecuaciones suelen tomar el nombre de *shear lag*.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} u^{(i)} - u^{(i-1)} \\ v^{(i)} - v^{(i-1)} \end{Bmatrix} &= \frac{h^{(i-1)}}{6} \begin{bmatrix} S_{45} & S_{55} \\ S_{44} & S_{45} \end{bmatrix}^{(i-1)} \begin{Bmatrix} \sigma_4^{i-2,i-1} \\ \sigma_5^{i-2,i-1} \end{Bmatrix} \\ &+ \left(\frac{h^{(i-1)}}{3} \begin{bmatrix} S_{45} & S_{55} \\ S_{44} & S_{45} \end{bmatrix}^{(i-1)} + \frac{h^{(i)}}{3} \begin{bmatrix} S_{45} & S_{55} \\ S_{44} & S_{45} \end{bmatrix}^{(i)} \right) \begin{Bmatrix} \sigma_4^{i-1,i} \\ \sigma_5^{i-1,i} \end{Bmatrix} + \frac{h^{(i)}}{6} \begin{bmatrix} S_{45} & S_{55} \\ S_{44} & S_{45} \end{bmatrix}^{(i)} \begin{Bmatrix} \sigma_4^{i,i+1} \\ \sigma_5^{i,i+1} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.24)$$

Por último, las ecuaciones de equilibrio son:

$$\begin{aligned} \frac{\delta \sigma_1^{(i)}}{\delta x_1} + \frac{\delta \sigma_6^{(i)}}{\delta x_2} + \frac{(\sigma_5^{i,i+1} - \sigma_5^{i-1,i})}{h^{(i)}} &= 0 \\ \frac{\delta \sigma_6^{(i)}}{\delta x_1} + \frac{\delta \sigma_2^{(i)}}{\delta x_2} + \frac{(\sigma_4^{i,i+1} - \sigma_4^{i-1,i})}{h^{(i)}} &= 0 \end{aligned} \quad (2.25)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.21), (2.22), (2.23) y (2.24) en (2.25) se llega a un sistema de ecuaciones en derivadas parciales para calcular los desplazamientos [8]. Este sistema de ecuaciones diferenciales parciales (EDP) es de orden $2n$, siendo $2n$ el número de láminas del laminado. Dicho sistema de EDP tiene una solución particular de la forma,

$$\begin{pmatrix} u^{(1)} \\ u^{(2)} \\ \vdots \\ u^{(n)} \\ \hat{v}^{(1)} \\ \hat{v}^{(2)} \\ \vdots \\ \hat{v}^{(n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \\ a_{n+1} \\ a_{n+2} \\ \vdots \\ a_{2n} \end{pmatrix} \sinh(\lambda x_2) + \begin{pmatrix} \varepsilon_1^c \\ \varepsilon_1^c \\ \vdots \\ \varepsilon_1^c \\ 1/2 \gamma_6^c \\ 1/2 \gamma_6^c \\ \vdots \\ 1/2 \gamma_6^c \end{pmatrix} x_1 + \begin{pmatrix} 1/2 \gamma_6^c \\ 1/2 \gamma_6^c \\ \vdots \\ 1/2 \gamma_6^c \\ \varepsilon_2^c \\ \varepsilon_2^c \\ \vdots \\ \varepsilon_2^c \end{pmatrix} x_2 \quad (2.26)$$

Sustituyendo esta solución en el sistema de EDP se tiene un problema de autovalores,

$$([K] - \lambda_j^2 [M]) \begin{Bmatrix} a^i \\ b^i \end{Bmatrix}_e = \{0\} \quad (2.27)$$

Donde λ son los $2n$ autovalores y $\{a^i, b^i\}_e^T$ son los $2n$ autovectores. De esta forma, la solución general del sistema de EDP se puede representar de la siguiente forma,

$$\begin{pmatrix} u^{(1)} \\ u^{(2)} \\ \vdots \\ u^{(n)} \\ \hat{v}^{(1)} \\ \hat{v}^{(2)} \\ \vdots \\ \hat{v}^{(n)} \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^{2n} A_j \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \\ a_{n+1} \\ a_{n+2} \\ \vdots \\ a_{2n} \end{pmatrix} \sinh(\lambda_j x_2) + \begin{pmatrix} \varepsilon_1^c \\ \varepsilon_1^c \\ \vdots \\ \varepsilon_1^c \\ 1/2 \gamma_6^c \\ 1/2 \gamma_6^c \\ \vdots \\ 1/2 \gamma_6^c \end{pmatrix} x_1 + \begin{pmatrix} 1/2 \gamma_6^c \\ 1/2 \gamma_6^c \\ \vdots \\ 1/2 \gamma_6^c \\ \varepsilon_2^c \\ \varepsilon_2^c \\ \vdots \\ \varepsilon_2^c \end{pmatrix} x_2 \quad (2.28)$$

siendo $A_j, \varepsilon_1^c, \varepsilon_2^c, \gamma_{12}^c$ coeficientes desconocidos resultado de la combinación lineal. Se ha comprobado que dos autovalores λ_j son siempre cero y por tanto el número de incógnitas es $2n+1$. Para la determinación de las mismas son necesarias $2n+1$ condiciones de contorno en el Elemento de Volumen Representativo

(Representative Volume Element, RVE). Se recuerda que el RVE se extiende a lo largo de todo el espesor del laminado (h), una distancia unidad en la dirección de las fibras y la distancia $2l$ entre dos fisuras consecutivas.

En primer lugar se impone la condición de superficie libre sobre las superficies de las fisuras en la lámina k ,

$$\begin{aligned}\frac{1}{2l} \int_{-0.5}^{0.5} \sigma_2^{(k)} dx_1 &= 0, \quad \text{en } x_2 = \pm l \\ \frac{1}{2l} \int_{-0.5}^{0.5} \sigma_6^{(k)} dx_1 &= 0, \quad \text{en } x_2 = \pm l\end{aligned}\tag{2.29}$$

Esta ecuación supone un grupo de dos condiciones independientes.

En segundo lugar, las tensiones en las superficies no fisuradas están asociadas a las cargas externas,

$$\begin{aligned}\sum_{m=1}^n (1 - \delta_{mk}) h^{(m)} \int_{-0.5}^{0.5} \sigma_2^{(m)} dx_1 &= h \sigma_2, \quad \text{en } x_2 = \pm l \\ \sum_{m=1}^n (1 - \delta_{mk}) h^{(m)} \int_{-0.5}^{0.5} \sigma_6^{(m)} dx_1 &= h \sigma_6, \quad \text{en } x_2 = \pm l \\ \sum_{i=1}^n \frac{h^{(i)}}{2l} \int_{-0.5}^{0.5} \sigma_1^{(i)} dx_2 &= h \sigma_1, \quad \text{en } x_2 = \pm l\end{aligned}\tag{2.30}$$

donde δ es la función delta de Dirac, que se defien como $\delta_{mk} = 1$ si $m = k$, y siendo nula en el resto de casos, y $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_6$, son las componentes de las tensiones externas aplicadas en ejes de la lámina fisurada (k). Las últimas condiciones de contorno a aplicar son los desplazamientos en las láminas no fisuradas, que se suponen iguales entre sí:

$$\begin{aligned}u^{(m)} &= u^{(ref)}, \quad \text{at } x_2 = \pm l \\ v^{(m)} &= v^{(ref)}, \quad \text{at } x_2 = \pm l\end{aligned}\tag{2.31}$$

En estas últimas ecuaciones, el superíndice *ref* se refiere a una lámina no fisurada de referencia. En definitiva, las ecuaciones (2.29), (2.30) y (2.31) representan $2n+1$ condiciones de contorno que permiten calcular las incógnitas de la solución. Resolviendo el sistema de $2n+1$ ecuaciones (2.28) se obtienen los desplazamientos medios para la densidad de fisuras y la tensión dadas. Las deformaciones medias pueden obtenerse entonces como,

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_1 &= \varepsilon_1^c \\
 \varepsilon_2 &= \frac{1}{2l} \int_{-l}^l \frac{\partial \hat{v}^{(m)}}{\partial x_2} dx_2 \\
 \gamma_6 &= \frac{1}{2l} \int_{-l}^l \left(\frac{\partial u^{(m)}}{\partial x_2} + \frac{\partial \hat{v}^{(m)}}{\partial x_1} \right) dx_2
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

Matriz de rigidez reducida del laminado

La matriz de flexibilidad del laminado \bar{S} en ejes de la lámina k puede ser calculada columna por columna resolviendo las deformaciones (2.32) para tres casos de carga distintos a, b y c.

$$\begin{aligned}
 \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix}^{(a)} &= \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, & \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix}^{(b)} &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}, & \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix}^{(c)} &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.33}$$

Puesto que los tres casos de carga son unitarios, la deformación media obtenida en cada caso corresponde a una columna de la matriz de flexibilidad del laminado (\bar{S}):

$$\bar{S}(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix}^{(a)} & \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix}^{(b)} & \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix}^{(c)} \end{bmatrix} \tag{2.34}$$

donde el símbolo $\bar{}$ representa que la propiedad se encuentra en el sistema de coordenadas de la lámina k . A continuación es posible calcular la matriz de rigidez del laminado en ejes de la lámina k .

$$\bar{C} = \bar{S}^{-1} \tag{2.35}$$

Las propiedades elásticas aparentes del material se obtendrían como se muestra a continuación,

$$S(\lambda) = [T(\theta)]^{-1} [\bar{S}(\lambda)] [T(\theta)]^{-T}$$

$$\begin{aligned}
 E_x^0 &= \frac{1}{S_{11}} \\
 E_y^0 &= \frac{1}{S_{22}} \\
 \nu_{xy}^0 &= -\frac{S_{12}}{S_{11}} \\
 G_{xy}^0 &= \frac{1}{S_{66}}
 \end{aligned}
 \tag{2.36}$$

Una de las características fundamentales del modelo es que las propiedades mecánicas de la lámina dañada solo son función de la densidad de fisuras y de las propiedades mecánicas de láminas intactas.

Matriz de rigidez reducida de la lámina fisurada

La rigidez de la lámina m (no fisurada), siendo $m \neq k$, en el sistema de coordenadas de la lámina k se representa por \bar{Q}^m .

$$\bar{Q}^m = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{13} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{23} \\ \bar{Q}_{31} & \bar{Q}_{32} & \bar{Q}_{33} \end{bmatrix}
 \tag{2.37}$$

Nótese que $\bar{Q}^k = Q^k$, ya que todas las propiedades están rotadas al sistema de coordenadas de la lámina fisurada k .

La matriz de rigidez del laminado \bar{C} está compuesta por la contribución de la lámina k y de las $n - 1$ láminas restantes.

$$\bar{C} = Q^k \frac{h^k}{h} + \sum_{m=1}^n (1 - \delta_{mk}) \bar{Q}^m \frac{h^m}{h}
 \tag{2.38}$$

De esta ecuación el único elemento desconocido es Q^k , la rigidez reducida de la lámina k .

$$Q^k = \frac{h}{h^k} \left(\bar{C} - \sum_{m=1}^n (1 - \delta_{mk}) \bar{Q}^m \frac{h^m}{h} \right)
 \tag{2.39}$$

Las componentes de la matriz de rigidez de la lámina k se pueden expresar en términos de las propiedades no degradadas del material (Q_{ij}^k) y de los coeficientes de daño D_{22}^k , D_{12}^k y D_{66}^k como se presenta a continuación,

$$Q^k = \begin{bmatrix} Q_{11}^k & Q_{12}^k & 0 \\ Q_{12}^k & Q_{22}^k & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11}^k & (1-D_{12}^{(k)})Q_{12}^k & 0 \\ (1-D_{12}^{(k)})Q_{12}^k & (1-D_{22}^{(k)})Q_{22}^k & 0 \\ 0 & 0 & (1-D_{66}^{(k)})Q_{66}^k \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Es de destacar el hecho de que las variables de daño son calculadas exclusivamente en función de la densidad de fisuras y la deformación,

$$D_{ij}^k(\lambda^k, \varepsilon^0) = 1 - \frac{Q_{ij}^k}{Q_{ij}^k} \quad (2.41)$$

Siendo Q_{ij}^k el valor original, no dañado, mientras que Q_{ij}^k es el valor degradado computado con (2.39), ambos en ejes de la lámina k .

Energía de fractura

La tasa de liberación de energía (Energy Release Rate, ERR) se define como la derivada parcial de la energía de deformación (U) con respecto a la superficie de la fisura generada (A). De acuerdo a los resultados experimentales en laminados compuestos con matrices frágiles (p.e. epoxy), las fisuras se forman repentinamente a lo largo de una longitud finita. Entonces, se puede aplicar el Principio de Energía de Griffith [23] en su forma discreta para describir el comportamiento de la fisura al crecer,

$$G_I = -\frac{\Delta U_I}{\Delta A}$$

$$G_{II} = -\frac{\Delta U_{II}}{\Delta A} \quad (2.42)$$

Donde $\Delta U_I, \Delta U_{II}$, son las energías de deformación liberadas en modo I y modo II cuando se desarrolla una fisura. ΔA es la nueva superficie que aparece en el material cuando la fisura se forma.

La energía de deformación puede escribirse como la mitad de la integral sobre el volumen del producto de la tensión por la deformación:

$$\begin{aligned}
 G_I &= -\frac{1}{2} \int_{RVE} \left[\frac{\Delta(\sigma_x \varepsilon_x)}{\Delta A} + \frac{\Delta(\sigma_y \varepsilon_y)}{\Delta A} \right] dVol \\
 G_{II} &= -\frac{1}{2} \int_{RVE} \frac{\Delta(\sigma_{xy} \gamma_{xy})}{\Delta A} dVol
 \end{aligned} \tag{2.43}$$

Esta expresión queda simplificada al ser las deformaciones promedio constantes en el Elemento Representativo de Volumen (RVE, Representative Volume Element), quedando las ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 G_I &= -\frac{V_{RVE}}{2} \left[\frac{\Delta(\sigma_x \varepsilon_x)}{\Delta A} + \frac{\Delta(\sigma_y \varepsilon_y)}{\Delta A} \right] \\
 G_{II} &= -\frac{V_{RVE}}{2} \frac{\Delta(\sigma_{xy} \gamma_{xy})}{\Delta A}
 \end{aligned} \tag{2.44}$$

La ecuación constitutiva del laminado es:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = [\bar{C}] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \tag{2.45}$$

Para el actual estado de daño i , caracterizado por la densidad de fisuras λ^i (variable de estado), el volumen del RVE es el producto del espesor (h) por la distancia entre fisuras consecutivas ($2l$) por la longitud de las fisuras, que se supone de longitud unidad:

$$V = 2l \cdot h \cdot 1 = \frac{1}{\lambda} h = \frac{h}{\lambda} \tag{2.46}$$

Cada nueva fisura formada entre dos fisuras existentes, resulta en un nuevo espaciamiento entre fisuras, l , con una nueva densidad de fisuras $\lambda^{i+1} = 2\lambda^i$ y la nueva superficie creada es $\Delta A = 2t_k$ (Figura 2.7). Sustituyendo (2.45) y (2.46) en (2.44), se puede calcular la tasa de liberación de energía en el modelo:

$$\begin{aligned}
 G_I &= -\frac{h}{2\lambda} \left[\left(\frac{\Delta \bar{C}_{11}}{\Delta A} \varepsilon_x + \frac{\Delta \bar{C}_{12}}{\Delta A} \varepsilon_y + \frac{\Delta \bar{C}_{16}}{\Delta A} \gamma_{xy} \right) \varepsilon_x + \left(\frac{\Delta \bar{C}_{12}}{\Delta A} \varepsilon_x + \frac{\Delta \bar{C}_{22}}{\Delta A} \varepsilon_y + \frac{\Delta \bar{C}_{26}}{\Delta A} \gamma_{xy} \right) \varepsilon_y \right] \\
 G_{II} &= -\frac{h}{2\lambda} \left[\left(\frac{\Delta \bar{C}_{16}}{\Delta A} \varepsilon_x + \frac{\Delta \bar{C}_{26}}{\Delta A} \varepsilon_y + \frac{\Delta \bar{C}_{66}}{\Delta A} \gamma_{xy} \right) \gamma_{xy} \right]
 \end{aligned} \tag{2.47}$$

La función de activación de daño (2.48) puede por fin ser calculada para cualquier densidad de fisuras y cualquier deformación aplicada:

$$g = (1-r) \sqrt{\frac{G_I(\lambda, \varepsilon)}{G_{Ic}}} + r \frac{G_I(\lambda, \varepsilon)}{G_{Ic}} + \frac{G_{II}(\lambda, \varepsilon)}{G_{IIc}} - 1 \leq 0$$

$$r = \frac{G_{Ic}}{G_{IIc}} \quad (2.48)$$

Nótese que el cálculo de las ERR se deriva directamente de la solución del campo de desplazamientos (2.28) para una fisura discreta.

Cuando esta formulación se usa con el Método de Elementos Finitos (FEM), no se observa dependencia alguna del mallado y no requiere la especificación de una longitud característica [9], frente a otras formulaciones basadas en aproximaciones de fisuras distribuidas.

Iteraciones en la lámina

Cuando se detecta la fisuración de la lámina k , un algoritmo RMA (Return Mapping Algorithm) es empleado para iterar y ajustar la densidad de fisuras λ^k de tal forma que la función de activación de daño g se haga cero, manteniendo el equilibrio de las fuerzas exteriores en el laminado [6].

El proceso iterativo es el siguiente:

- 1) Dado un cierto nivel de deformación ε en el laminado y una densidad de fisuras λ^k en la lámina k , se calcula el valor de la función de activación de daño g^k .
- 2) Se calcula el incremento o decremento de la densidad de fisuras como:

$$\Delta \lambda^k = \frac{-g^k}{\frac{\partial g^k}{\partial \lambda}} \quad (2.49)$$

- 3) Se aplica el incremento de densidad de fisuras y se vuelve a calcular g^k . Los pasos 1 y 2 son repetidos en cada iteración hasta alcanzar $g = 0$. El análisis comienza con un valor despreciable de densidad de fisuras presente en el laminado ($\lambda = 0,01$ cracks/mm fue usado en este trabajo)

Iteraciones en el laminado

Para calcular la degradación de las propiedades elásticas de la lámina fisurada (lámina k) todas las demás láminas no sufren daño adicional durante las iteraciones con la lámina k, pero sí pueden mostrar daño previo de acuerdo a D_{ij}^m .

Dado un valor de prueba λ^k , la solución analítica proporciona los valores de g^k, D_{ij}^k , para la lámina k mientras que el resto de láminas no asumen daño a lo largo de las iteraciones con la lámina k. Dado que la solución para la lámina k depende de la rigidez del resto del laminado, la convergencia de la solución en la lámina k no garantiza la convergencia de la solución para dicha lámina cuando las variables de daño son actualizadas en el resto de láminas. Es decir, dado un incremento de deformación, la rigidez y el daño de todas las láminas se encuentran acoplados y todos deben converger. Este efecto se consigue realizando iteraciones para el laminado completo, esto es ejecutando el modelo repetidamente hasta conseguir $g = 0$ para todas las láminas fisuradas k.

2.3.4 Consideración de las tensiones residuales térmicas

El proceso de curado de un material compuesto tiene lugar a temperaturas muy superiores a la temperatura ambiente. Esto ocasiona la aparición de tensiones residuales en el interior de un laminado debido a las diferencias entre los coeficientes de expansión térmica en dirección longitudinal (α_1) y transversal (α_2).

El cálculo de dichas tensiones residuales se ha realizado según la Teoría Clásica [5,29]. A continuación, se describe cómo se han calculado dichas tensiones residuales en las láminas.

En primer lugar se obtiene el vector de cargas equivalente a la deformación inducida por la variación de temperatura:

$$\{\overline{N^T}\} = \Delta T \cdot \sum_{k=1}^N [\overline{Q}]^k \{\overline{\alpha}\}^k t_k, \text{ siendo } \{\overline{\alpha}\} = \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{Bmatrix} \Leftarrow \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy}/2 \end{Bmatrix} = [T(-\theta)] \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.50)$$

La temperatura de curado del material es de 180°C, mientras que la temperatura ambiente a la que se han realizado los ensayos se encuentra en torno a 20°C, por lo que se ha establecido que el incremento de temperatura es de -160°C. Con el vector de cargas es posible determinar las deformaciones provocadas por dichas cargas en el laminado:

$$\{\overline{N^T}\} = [A] \{\overline{\varepsilon^T}\}_{xy} \Rightarrow \{\overline{\varepsilon^T}\}_{xy} = [A]^{-1} \{\overline{N^T}\} \quad (2.51)$$

Finalmente, es necesario identificar qué fracción de la deformación genera tensiones residuales:

$$\begin{aligned} \{\overline{\sigma^T}\}_{xy}^k &= [\overline{Q}]^k \left(\{\overline{\varepsilon^T}\}_{xy} - \{\overline{\alpha}\}^k \Delta T \right) \\ \{\overline{\sigma^T}\}_{12}^k &= [T]^k \{\overline{\sigma^T}\}_{xy}^k \end{aligned} \quad (2.52)$$

Las tensiones residuales pueden añadirse a las tensiones mecánicas directamente (en el mismo sistema de coordenadas) haciendo uso del principio de superposición:

$$\{\overline{\sigma^{total}}\}_{12}^k = \{\overline{\sigma^T}\}_{12}^k + \{\overline{\sigma^M}\}_{12}^k \quad (2.53)$$

También la deformación que provoca esfuerzos en el laminado se calcula como la suma de ambas, deformación debida a efectos térmicos más deformación debida a esfuerzos mecánicos:

$$\{\overline{\varepsilon^{efectiva}}\}_{xy}^k = \underbrace{\{\overline{\varepsilon^M}\} + \{\overline{\varepsilon^T}\}_{xy}}_{\{\overline{\varepsilon^{total}}\}_{xy}^k} - \{\overline{\alpha}\}^k \Delta T \quad (2.54)$$

El programa *Pittsburgh*, en el que se encuentra implementado el modelo DDM [8,15], ha sido mejorado en este trabajo incorporando los efectos de las tensiones residuales térmicas.

Para la introducción de esta consideración en el software, se ha especificado tanto la modificación en términos de tensión (2.52) y (2.53) como en términos de deformación (2.51) y (2.54).

Estas ecuaciones se incorporaron al software como se explica a continuación. Inicialmente se calcula el vector de cargas equivalente a la carga térmica:


```
%12/9/2011 Tensiones residuales térmicas
N_t = zeros(3,1);
for i = 1:NL
    [Qb,dummy,dummy,af_] = rotateQ(Q_,Qts_,Theta(i),af);
    N_t = N_t + deltaT*Qb*af_*T(i);
end
```

siendo:

N_t	Vector de carga equivalente a los efectos térmicos
NL	Número de láminas que componen el laminado
Qb	Matriz de rigidez reducida en ejes del laminado
$af_$	Coeficientes de expansión térmica en ejes del laminado
$Q_$	Matriz de rigidez reducida en ejes de la lámina
$Qts_$	Matriz de rigidez intralaminar en ejes de la lámina
$Theta(i)$	Orientación de la i ésima lámina con respecto a la dirección de carga
af	Coeficientes de expansión térmica de la lámina en ejes de la lámina
$deltaT$	Incremento de temperatura, $\Delta T = T_{ambiente} - T_{curado} = -160^\circ C$
$rotateQ$	Función encargada de rotar las propiedades de la lámina

Puesto que el programa trabaja de forma recursiva en incrementos de deformación, para cada paso se calcula la deformación debida a los efectos térmicos empleando la matriz de rigidez en el plano del laminado, A . Esta matriz se construye empleando las propiedades del material actualizadas, es decir, si el daño ha comenzado las propiedades elásticas se encontrarán degradadas.

```
% 12/9/2011 Incorporación de deformaciones térmicas
epsx_t = A\N_t; % Deformación debida a efectos térmicos
epsx = epsx + epsx_t;
```

siendo:

A	Matriz de rigidez en el plano del laminado
$epsx_t$	Vector de deformaciones debidas a las tensiones residuales térmicas en ejes del laminado, $\{\bar{\epsilon}^T\}_{xy}$
$epsx$	Vector de deformaciones totales, $\{\bar{\epsilon}\}_{xy}^k = \{\bar{\epsilon}^M\} + \{\bar{\epsilon}^T\}_{xy}$

Finalmente, para cada lámina $k0$, se obtiene la tensión soportada por la misma en coordenadas de la lámina (σ_0) y la deformación efectiva, es decir, la deformación que provoca tensión (ϵ_0).

```

epsps = rotate_eps(epsx, Theta(k0)); %rotate to mat. coord.
% 12/9/2011
sigma_ = Q_*(epsps - af*deltaT); %Reemplaza la línea
inferior
%sigma_ = Q_*epsps; % Tensiones efectivas en la lámina
% 12/9/2011 Recalculate eps0 including thermal strain
eps0 = rotate_eps((epsps - af*deltaT), -Theta(k0));

```

siendo:

<i>epsps</i>	Deformación longitudinal total en ejes de la lámina
<i>sigma_</i>	Vector de tensiones soportadas por la lámina en ejes de la lámina
	Vector de deformaciones efectivas en ejes del laminado
<i>eps0</i>	$\left\{ \overline{\epsilon^{ef}} \right\}_{xy}^k = \left\{ \overline{\epsilon^M} \right\} + \left\{ \overline{\epsilon^T} \right\}_{xy} - \left\{ \overline{\alpha} \right\}^k \Delta T$
<i>rotate_eps</i>	Función encargada de rotar el vector de deformaciones

Cabe destacar que en el modelo de este estudio no se ha introducido el efecto de la densidad de fisuras sobre los coeficientes de expansión térmica del material, lo cual queda como propuesta para trabajos futuros.

Capítulo 3

Método experimental

3.1. Descripción de los resultados experimentales

Los resultados experimentales empleados en este proyecto son los recogidos en el informe [1]. Los resultados empleados se pueden dividir en tres categorías:

- El primer grupo de resultados obtenidos corresponde a los ensayos de tracción uniaxial realizados sobre el laminado A, de configuración $[0/90_4]_s$. Estos resultados experimentales fueron utilizados para el cálculo de la tenacidad de fractura en modo I (G_{Ic}). Al tratarse de un ensayo uniaxial y un laminado de láminas cruzadas y simétrico, sobre las láminas orientadas a 90° solo aparecen fisuras en modo I puro. Por ello no es necesario conocer ni estimar el valor de la tenacidad de fractura en modo II (G_{IIc}).
- El segundo grupo de resultados de laboratorio obtenidos pertenece a los ensayos sobre el laminado B, del mismo material ya citado, cuya secuencia de apilamiento es $[0/\pm 55_4/0_{1/2}]_s$. Este conjunto de datos experimentales se emplea para el cálculo de la tenacidad de fractura en modo II, ya que en las láminas orientadas a $\pm 55^\circ$ aparece el modo II de formación de fisuras, además del modo I. En esta etapa del análisis se ha considerado la tenacidad de fractura en modo I, G_{Ic} , obtenida con el grupo de resultados experimentales anteriores. Tras este análisis se obtiene la tenacidad de fractura en modo II, G_{IIc} .

- Finalmente, los resultados obtenidos de los ensayos sobre el laminado C, también del mismo material, pero con una secuencia de apilamiento $[0/\pm 70_4/0_{1/2}]_S$, permiten que, dado que sobre él aparecen los modos de factura I y II, puedan contrastarse los resultados que predice el modelo de daño mostrado en el Capítulo 2 de este proyecto, utilizando los valores de G_{Ic} y G_{IIc} calculados previamente, con los obtenidos experimentalmente y, en particular, validar este procedimiento para el cálculo de la tenacidad de fractura intralaminar de este tipo de material compuesto.

En la tabla 3.1 se recogen las configuraciones de cada laminado empleado y el resultado obtenido a través de cada uno de ellos.

Laminado	Secuencia de apilamiento (LSS, Laminate Stacking Sequence)	Objetivo
A	$[0/90_4]_S$	Cálculo de G_{Ic}
B	$[0/\pm 55_4/0_{1/2}]_S$	Cálculo de G_{IIc}
C	$[0/\pm 70_4/0_{1/2}]_S$	Verificación del modelo

Tabla 3.1: Configuración de los laminados empleados y objetivo

3.2. Análisis de los resultados experimentales

Los resultados experimentales empleados en este proyecto se han obtenido procesando el registro de información recogido en el proyecto de Abad-Blázquez [1].

Esta información experimental que registra de forma continua el número de fisuras formadas frente a la deformación, ha sido posible gracias a un sistema de Emisiones Acústicas (AE). Mediante dos sensores acústicos colocados sobre la probeta a ensayar se hace un registro de todos los eventos ocurridos en el material que generan una onda acústica, como por ejemplo, deslaminaciones, rotura de fibras, fisuras transversales, etc. Se considera evento a la liberación de energía acústica debida a una alteración en el seno del material.

La dificultad de esta técnica radica en diferenciar aquellos eventos acústicos que corresponden con la formación de fisuras transversales del resto de eventos. Sin embargo, este problema es resuelto por Abad-Blázquez [1] mediante la aplicación de un criterio basado en las características de la onda acústica. El criterio establece que un evento acústico está asociado con la formación de una fisura transversal si el valor del producto de la Energía por la Amplitud se encuentra en un determinado rango de valores:

$$Energía_i \cdot Amplitud_i \in [EA_{inf}, EA_{sup}] \rightarrow \text{El evento } i \text{ es una fisura}$$

$$Energía_i \cdot Amplitud_i \notin [EA_{inf}, EA_{sup}] \rightarrow \text{El evento } i \text{ no es una fisura}$$

siendo EA_{sup} la cota superior de Energía por Amplitud y EA_{inf} la cota inferior de Energía por Amplitud. Las cotas superior e inferior dependen de la secuencia de apilamiento del laminado y del material compuesto ensayado.

A su vez, la deformación mecánica longitudinal (ε_x^M) fue monitorizada a través de una galga extensométrica.

En este proyecto se incluyen los programas encargados de las tareas de recopilación de datos y del filtrado de los mismos.

Los datos en bruto registrados por el sistema de AE se encuentran dispuestos en dos ficheros: un fichero Excel (Figura C.1) y un fichero de texto (Figura C.2).

En primer lugar, estos dos ficheros son procesados por el programa *AEread*, cuyo código se ha transcrito en el Apéndice C.1.1 de este proyecto. Los datos son ordenados en laminados (*samples*) que a su vez se dividen en probetas (*specimens*). Algunas de las probetas fueron ensayadas en más de una etapa, pero eso no es competencia de este proyecto.

Por último, los datos organizados son filtrados según el criterio anteriormente explicado empleando el rango de Energía por Amplitud que corresponda al laminado de la probeta ensayada. Este proceso es llevado a cabo por el programa *AEresults* obteniendo los resultados experimentales que se muestran en el Capítulo 4. El código del programa *AEresults* se expone en el Apéndice C.1.2 de este proyecto

3.3. Cálculo de la tenacidad de fractura intralaminar

En este proyecto se ha desarrollado un programa específico para ajustar los valores de la tenacidad de fractura intralaminar, G_{Ic} y G_{IIc} , en Matlab (Apéndice D.1). El nombre de este programa es *FIT_Gc*.

Los parámetros de entrada al programa son:

- La letra que identifica al laminado ('*sample*').
- El número del espécimen ('*spec*').
- El modo de fractura que se desea considerar para el ajuste de la tenacidad de fractura ('*mode*'), es decir, modo I o modo II.

El programa proporciona el valor del ajuste de la tenacidad de fractura partiendo de un valor inicial predefinido para la primera iteración (G_{Ic}^0 o G_{IIc}^0).

El programa se apoya en la función *fminsearch* que ejecuta el programa *Pittsburgh* en cada iteración. El programa *Pittsburgh* implementa el modelo DDM desarrollado en la sección 2.3.

En cada iteración "i" el programa *Pittsburgh* es llamado y resuelve el problema dado un valor G_{Ic}^i o G_{IIc}^i . Los resultados del problema resuelto en dicha iteración son comparados con los resultados experimentales hasta encontrar el valor óptimo de G_{Ic} o G_{IIc} , para el que se consigue minimizar la norma del residuo de forma similar a un problema de minimizar cuadrados.

El procedimiento que sigue el programa *FIT_Gc* es el siguiente:

- 1) Inicialmente el usuario especifica los datos del ensayo que se utilizarán (Figura 3.1), el modo de tenacidad de fractura que se desea ajustar (I o II) y los valores de tenacidad de fractura que se emplearán como valores iniciales tentativos. Por ejemplo, si se selecciona ajustar el modo I, es decir, G_{Ic} , entonces el valor asignado a G_{Ic} es el valor de G_{Ic} para la primera iteración, mientras que G_{IIc} será constante. Sucede lo contrario si se selecciona ajustar G_{IIc} .

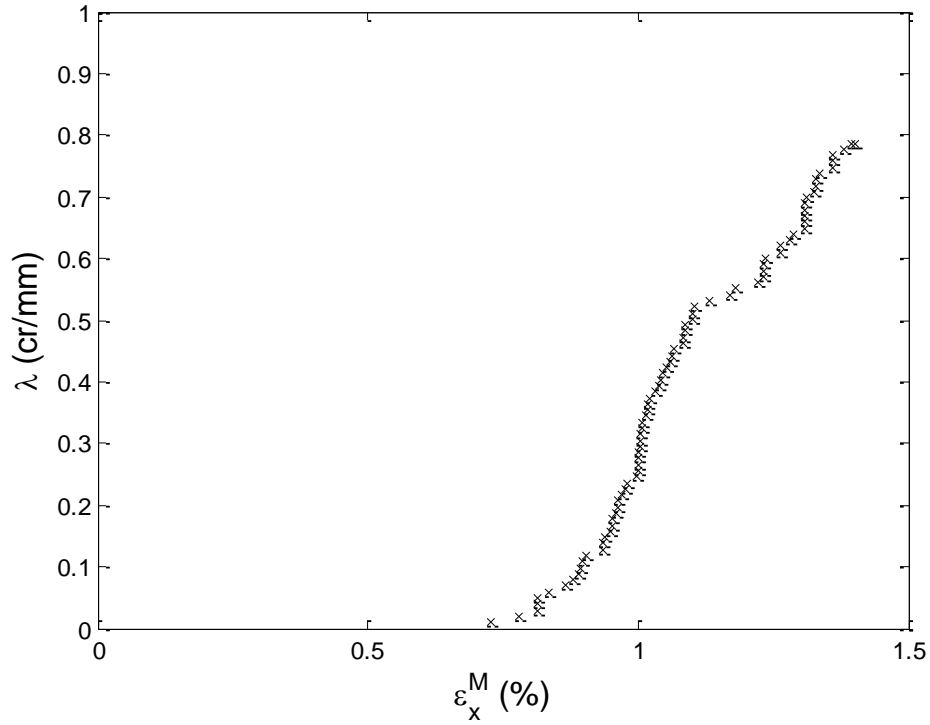


Figura 3.1: Densidad de fisuras (λ) frente a Deformación mecánica longitudinal (ε_x^M) de los resultados experimentales correspondientes al espécimen A-1.

- 2) El programa *Pittsburgh* es ejecutado obteniendo la evolución de densidad de fisuras para el valor de tenacidad de fractura introducido (Figura 3.2).

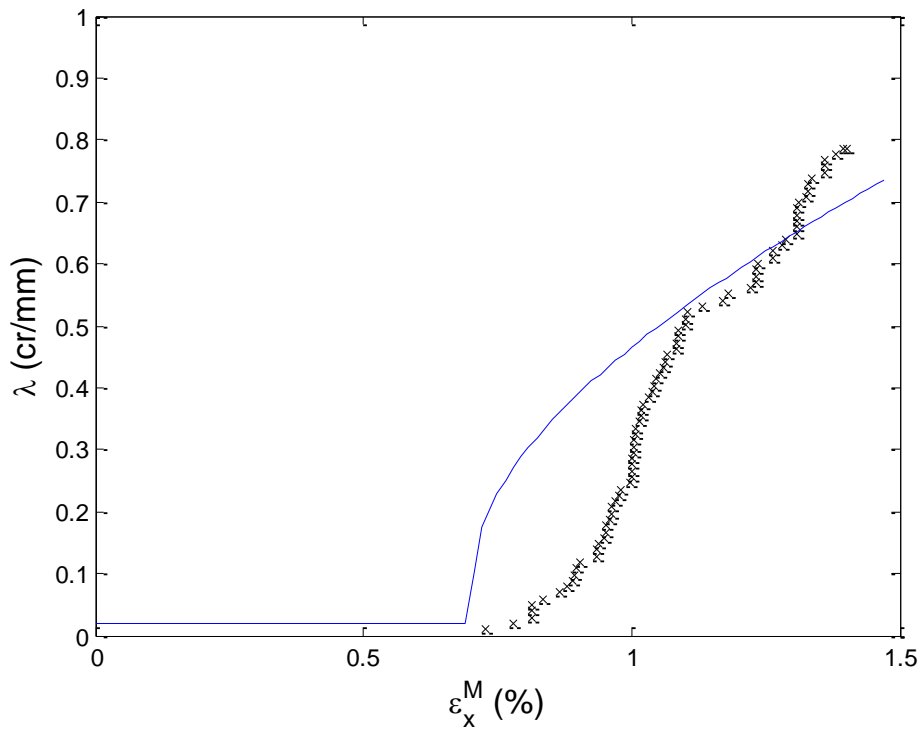


Figura 3.2: Densidad de fisuras (λ) vs Deformación mecánica longitudinal (ε_x^M) de los resultados experimentales y predicción del modelo DDM correspondiente al espécimen A-1 en la primera iteración

- 3) Se calcula el residuo entre los datos experimentales y la predicción obtenida a través del modelo DDM a través de la siguiente expresión:

$$res = \left\| \overrightarrow{\lambda_{DDM}^i} - \overrightarrow{\lambda_{exp}} \right\|$$

- 4) La función *fminsearch* determina si el residuo se puede minimizar aún más o si es el óptimo. En caso de que el residuo no sea mínimo, la función *fminsearch* asigna un nuevo valor a G_{Ic} o G_{IIc} , según corresponda, y vuelve a la etapa 2 de este procedimiento. En caso de que el residuo sea mínimo, continúa el procedimiento en la siguiente etapa.
- 5) Una vez que finaliza la optimización del ajuste, se muestran por pantalla los resultados del mismo y la representación gráfica final (Figura 3.3).

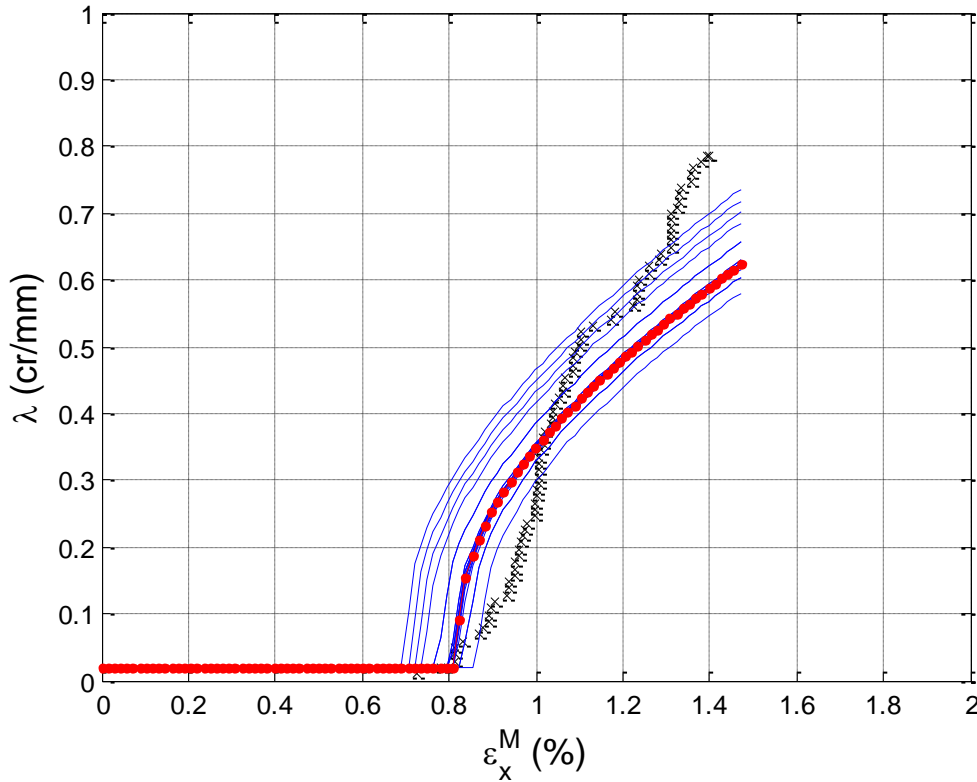


Figura 3.3: Densidad de fisuras (λ) vs Deformación mecánica longitudinal (ε_x^M) de los resultados experimentales y predicción óptima del modelo DDM correspondiente al espécimen A-1

En el diagrama de flujo mostrado en la Figura 3.4 se resumen el procedimiento seguido por el programa para el cálculo del valor de la tenacidad de fractura óptima.

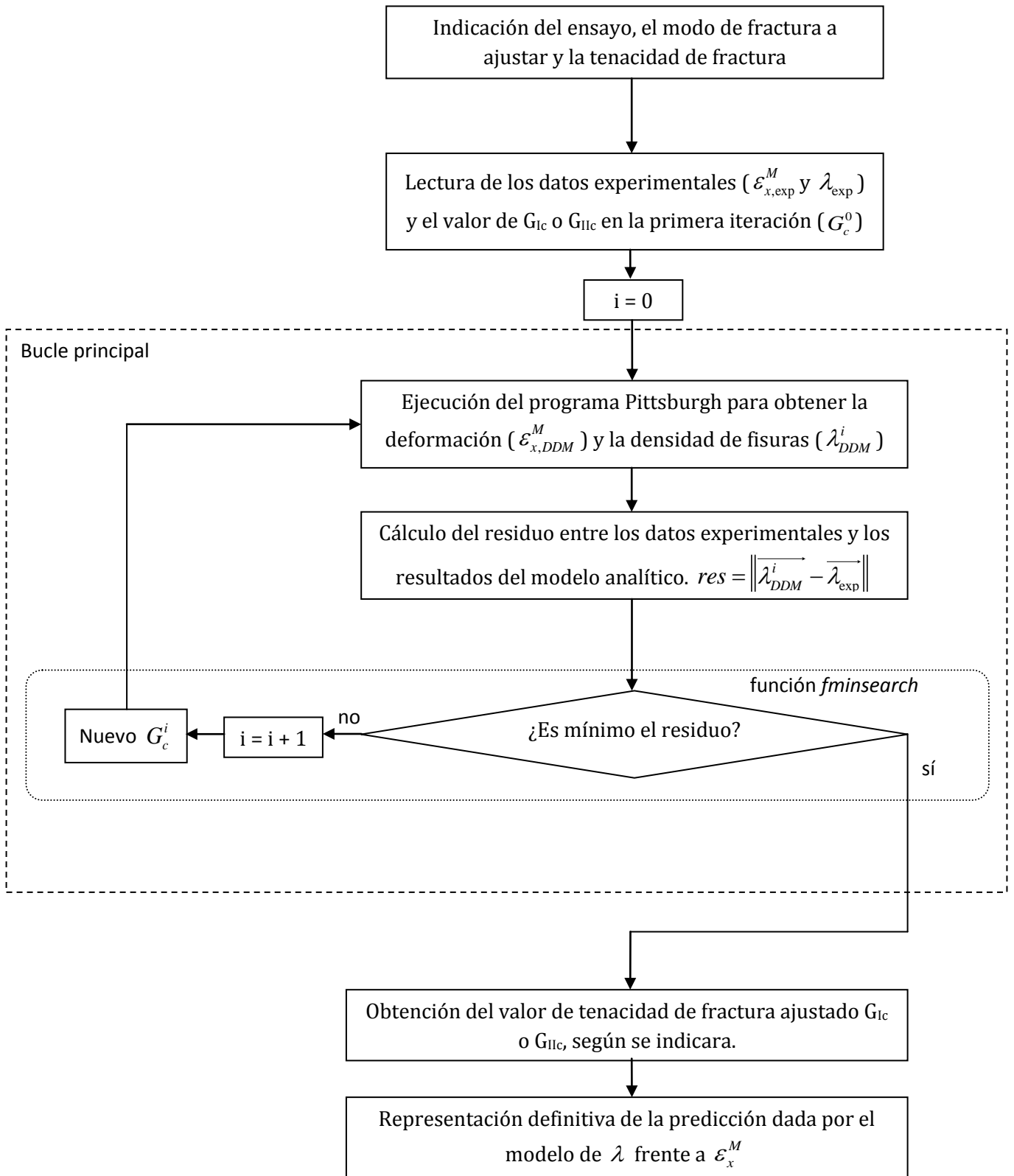


Figura 3.4: Diagrama de flujo en el que se representa el funcionamiento del programa FIT_Gc

Capítulo 4

Resultados

El resumen de los laminados ensayados y los resultados obtenidos a partir de cada uno de ellos se muestra en la tabla 3.1

4.1. Laminado en el que predomina el modo I de fractura

Se han empleado tres grupos de resultados experimentales en la determinación de G_{Ic} , cada uno de los cuales corresponde a una probeta ensayada del laminado A ($[0/90_4]_S$).

En las Figuras 4.1, 4.2 y 4.3 se muestra el ajuste del parámetro G_{Ic} y la evolución de fisuras con la deformación para las tres muestras del laminado A.

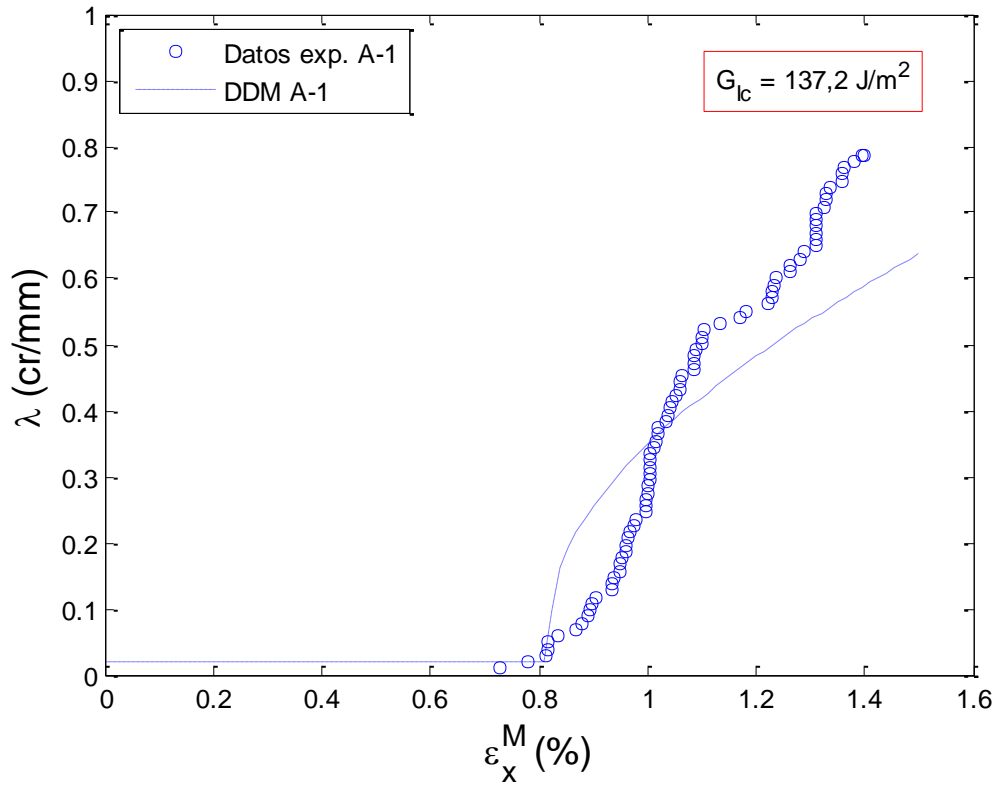


Figura 4.1: Predicción de la evolución de la densidad de fisuras con el ajuste de los resultados de la muestra A-1

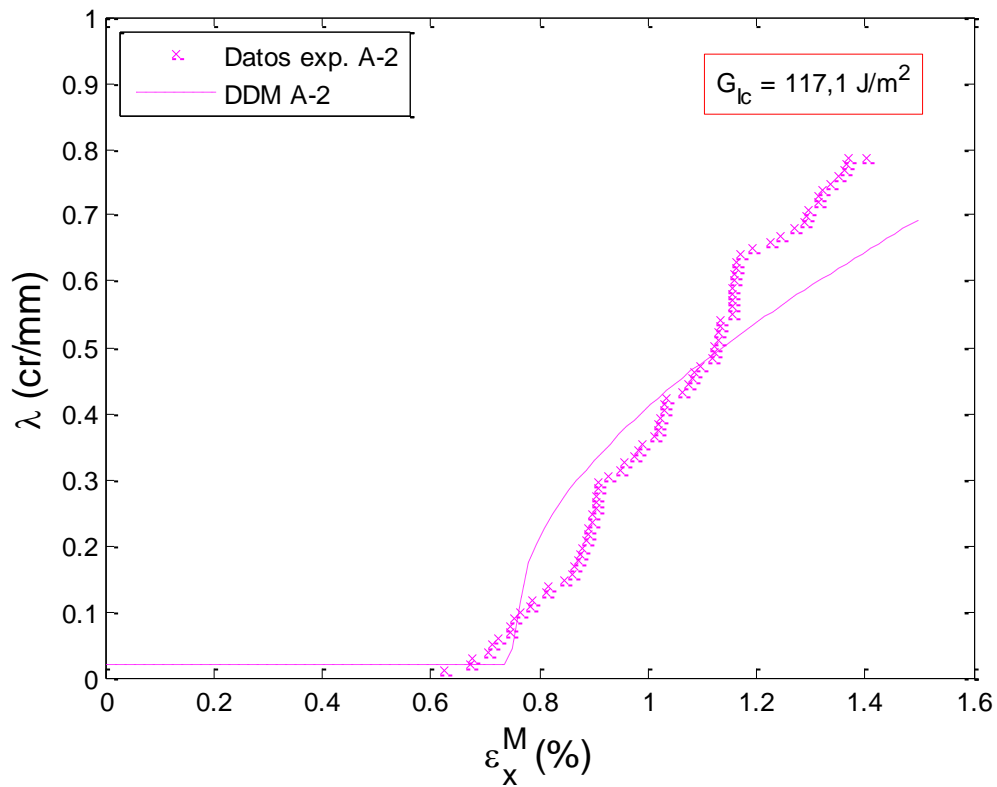


Figura 4.2: Predicción de la evolución de la densidad de fisuras con el ajuste de los resultados de la muestra A-2

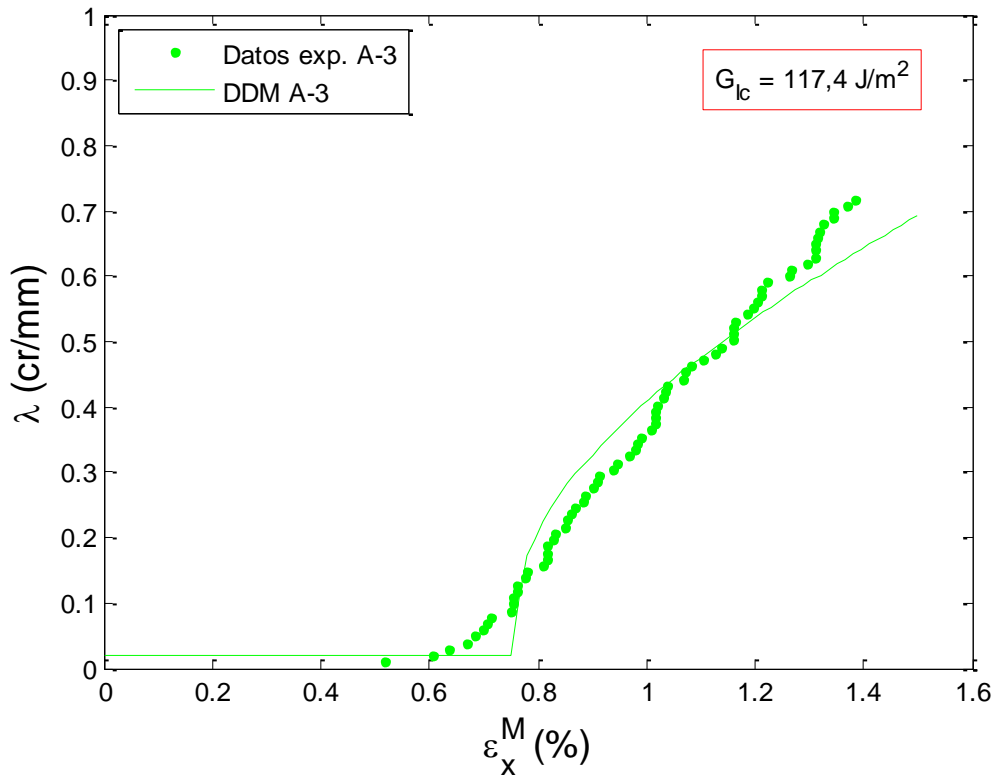


Figura 4.3: Predicción de la evolución de la densidad de fisuras con el ajuste de los resultados de la muestra A-3

Espécimen	Ajuste de G_{Ic} (J/m ²)
A-1	137,2
A-2	117,1
A-3	117,4

Tabla 4.1: Resumen de los valores de tenacidad de fractura en modo I ajustada para el laminado A

El ensayo del espécimen A-1 se realizó en tres etapas de deformación progresiva, 0,90, 1,10 y 1,40%, mientras que los otros dos especímenes fueron ensayados en una sola etapa (Tabla 4.1). Esta es la razón por la que los resultados experimentales, y por lo tanto el ajuste de G_{Ic} toma un valor ligeramente diferente para el primer ensayo (A-1).

Sin embargo, para las muestras A-2 y A-3, se han obtenido valores prácticamente idénticos para la tenacidad de fractura en modo I.

Como se dijo anteriormente, debido a la configuración del laminado A, la tenacidad de fractura en modo II (G_{IIc}) no tiene ninguna influencia en los ajustes de este grupo de ensayos. Esto se comprueba en la Figura 4.4, en la que se representa G_I/G_{Ic} y G_{II}/G_{IIc} frente a la deformación longitudinal para un laminado $[0/90_4]_S$.

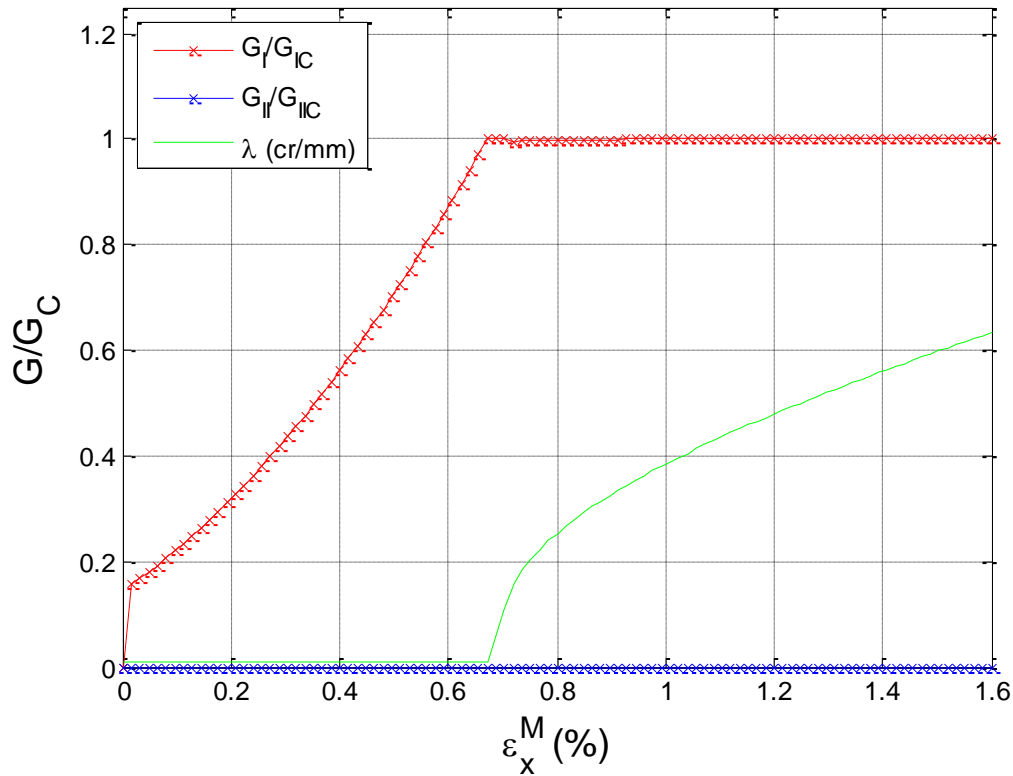


Figura 4.4: Evolución del ratio entre la tasa de liberación de energía y la tenacidad de fractura, tanto en modo I y modo II, calculado por el programa Pittsburgh para el laminado $[0/90_4]_S$

Los valores de G_{Ic} y G_{IIc} son constantes, mientras que los valores de G_I y G_{II} son calculados por el programa que implementa el modelo DDM (sección 2.3). Cuando G_I alcanza el valor de G_{Ic} , la densidad de fisuras comienza a aumentar deteniendo el crecimiento de G_I . Un incremento adicional en la deformación resulta en un aumento de la densidad de fisuras (λ) en el que todas las nuevas fisuras se producen con $G_I = G_{Ic}$. También se comprueba que la aportación del modo II de fractura es nula en todo momento.

En la figura 4.5 se representan los resultados experimentales de las tres muestras ensayadas del laminado A junto a los ajustes proporcionados por el modelo DDM para el cálculo de la tenacidad de fractura en modo I.

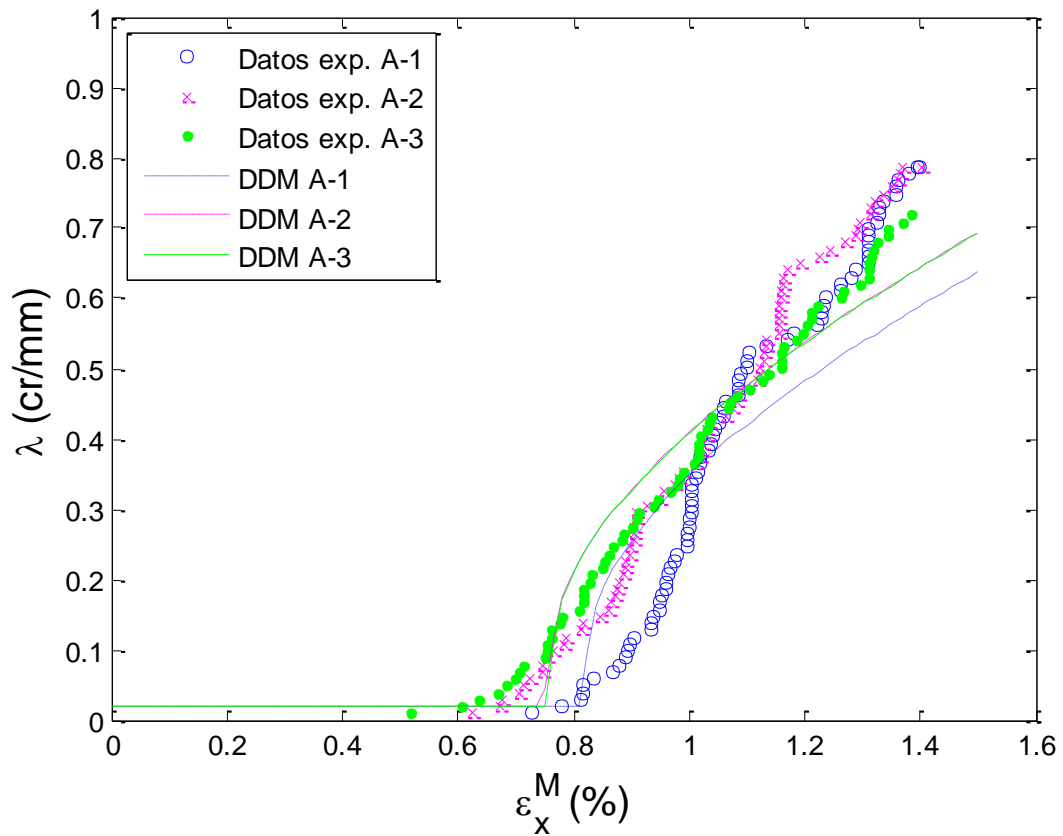


Figura 4.5: Representación conjunta de los resultados experimentales de los tres especímenes del laminado A y sus ajustes con el modelo DDM

De acuerdo a los resultados anteriores y para el cálculo de la tenacidad de fractura en modo II llevado a cabo en el siguiente apartado, se ha decidido continuar los análisis posteriores con un valor de $117,3 \text{ J/m}^2$ como valor de la tenacidad de fractura en modo I del material.

4.2. Laminado en el que aparece el modo II de fractura

Para el cálculo de la tenacidad de fractura intralaminar en modo II del material (G_{IIc}) se han empleado los resultados experimentales correspondientes a tres muestras ensayadas del laminado B, al que se hizo referencia en la sección 3.1.

Dada la configuración del laminado B, $[0/\pm 55_4/0_{1/2}]_S$, y sabiendo que el ensayo realizado es de tracción pura, en la generación de fisuras contribuyen tanto el modo I como el modo II de fractura. Por ello, para el ajuste de G_{IIc} , se ha de introducir un valor determinado para G_{Ic} . El valor de G_{Ic} considerado, como ya se indicó en el apartado precedente, es de $117,3 \text{ J/m}^2$.

En las siguientes figuras (4.6, 4.7 y 4.8) se muestra el ajuste del parámetro G_{IIc} y la evolución de fisuras con la deformación para las tres muestras del laminado B.

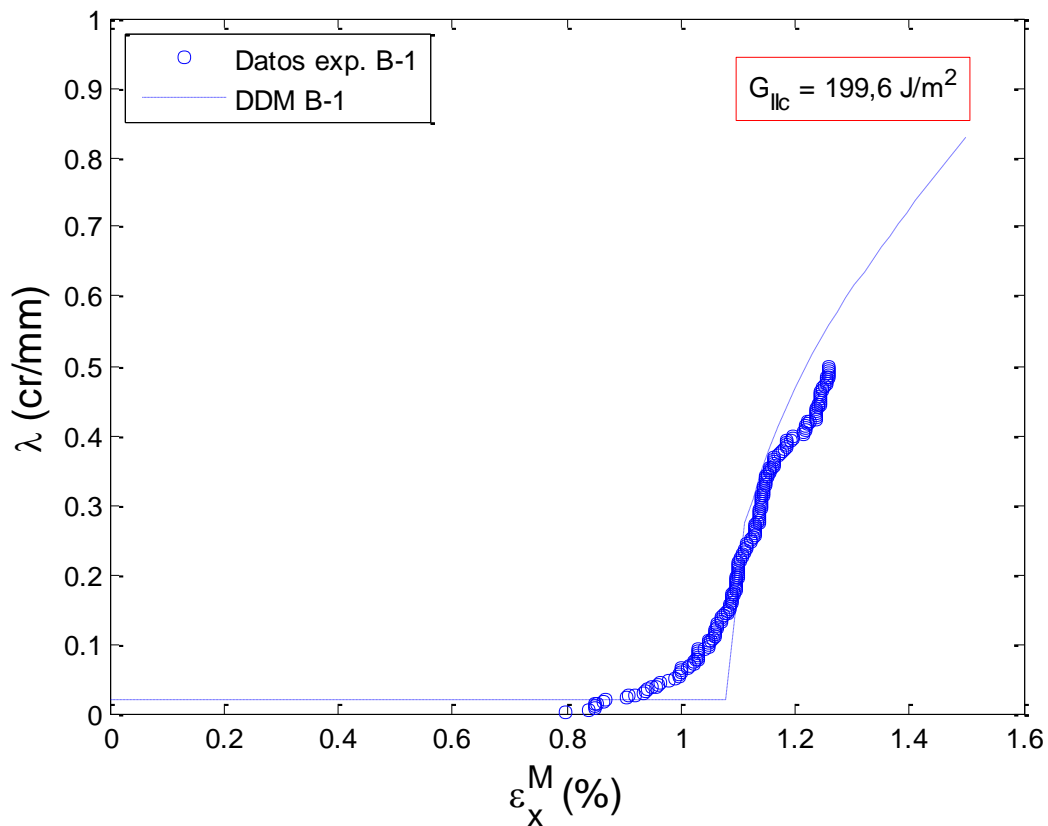


Figura 4.6: Predicción de la evolución de la densidad de fisuras con el ajuste de los resultados de la muestra B-1

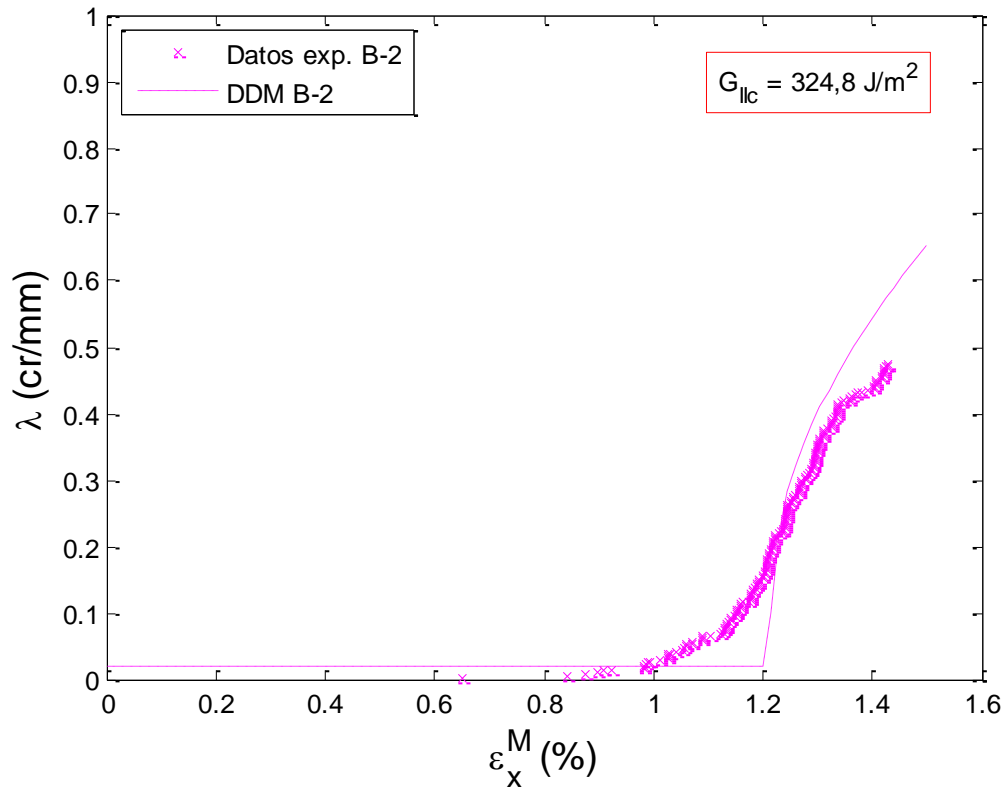


Figura 4.7: Predicción de la evolución de la densidad de fisuras con el ajuste de los resultados de la muestra B-2

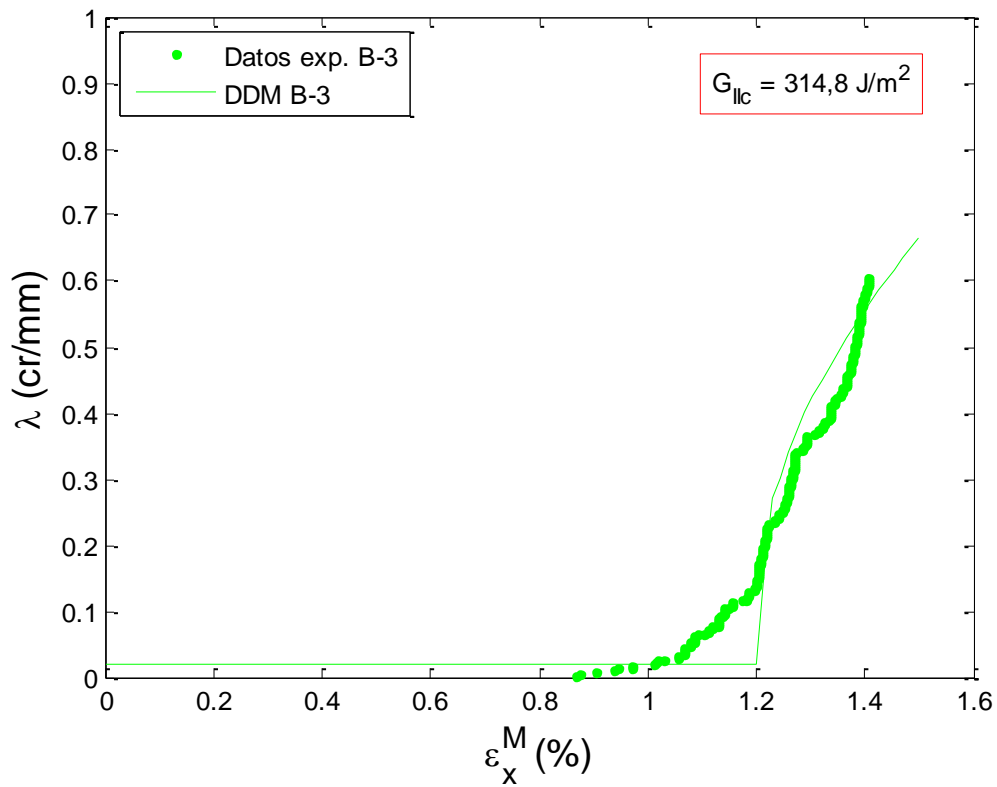


Figura 4.8: Predicción de la evolución de la densidad de fisuras con el ajuste de los resultados de la muestra B-3

Espécimen	G_{Ic} (J/m ²)	Ajuste de G_{IIc} (J/m ²)
B-1	117,3	199,6
B-2	117,3	324,8
B-3	117,3	314,8

Tabla 4.2: Resumen de los valores de tenacidad de fractura en modo II ajustada para el laminado B

El ensayo del espécimen B-1 se realizó en tres etapas de deformación progresiva, 0,87, 1,15 y 1,26%, mientras que los otros dos especímenes fueron ensayados en una sola etapa (Tabla 4.2). Al igual que ocurre en el laminado A, ésta es la razón por la que los resultados experimentales, y por lo tanto el ajuste de G_{IIc} toma un valor diferente para el primer ensayo (B-1).

Sin embargo, para las otras dos muestras, se han obtenido valores similares para la tenacidad de fractura en modo II tal como también sucedió en las probetas del laminado tipo A.

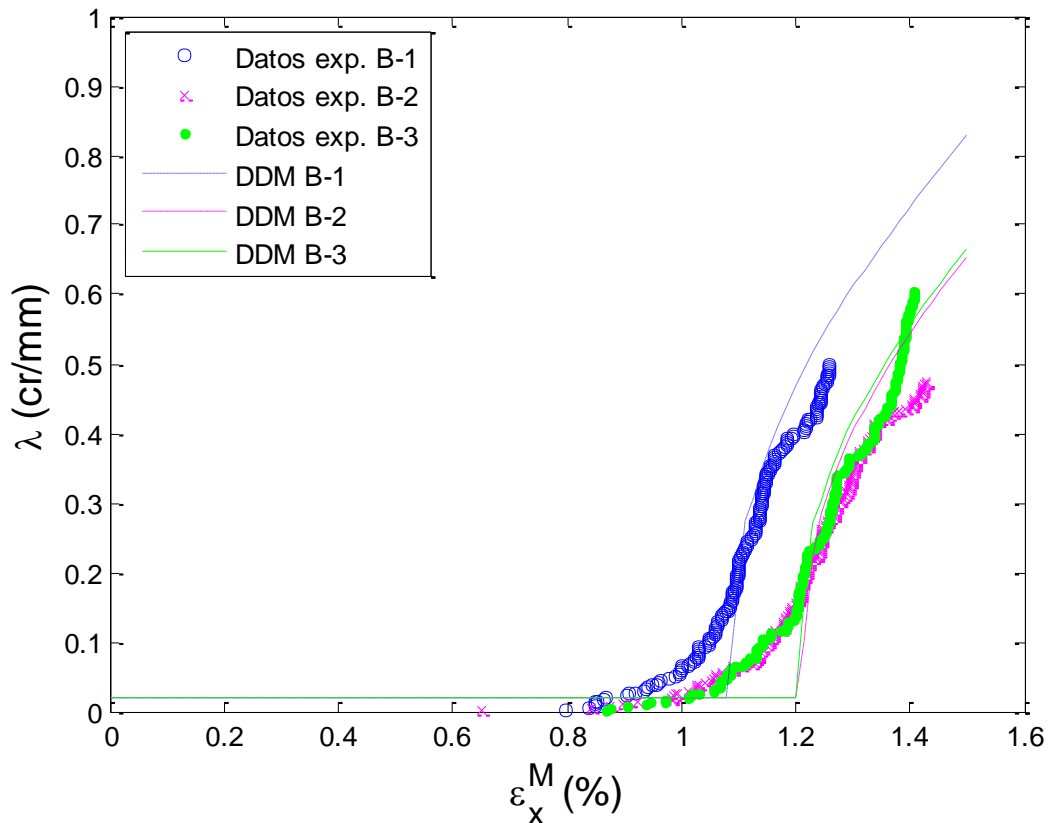


Figura 4.9: Representación conjunta de los resultados experimentales de los tres especímenes del laminado B y sus ajustes con el modelo DDM

En la figura 4.9 se representan los resultados experimentales de las tres muestras ensayadas del laminado B junto a los ajustes proporcionados por el modelo DDM para el cálculo de la tenacidad de fractura en modo II.

De acuerdo a los resultados obtenidos y para posteriores predicciones del daño, se ha decidido tomar $319,8 \text{ J/m}^2$ como tenacidad de fractura en modo II del material, como ocurre en el siguiente apartado con el laminado C.

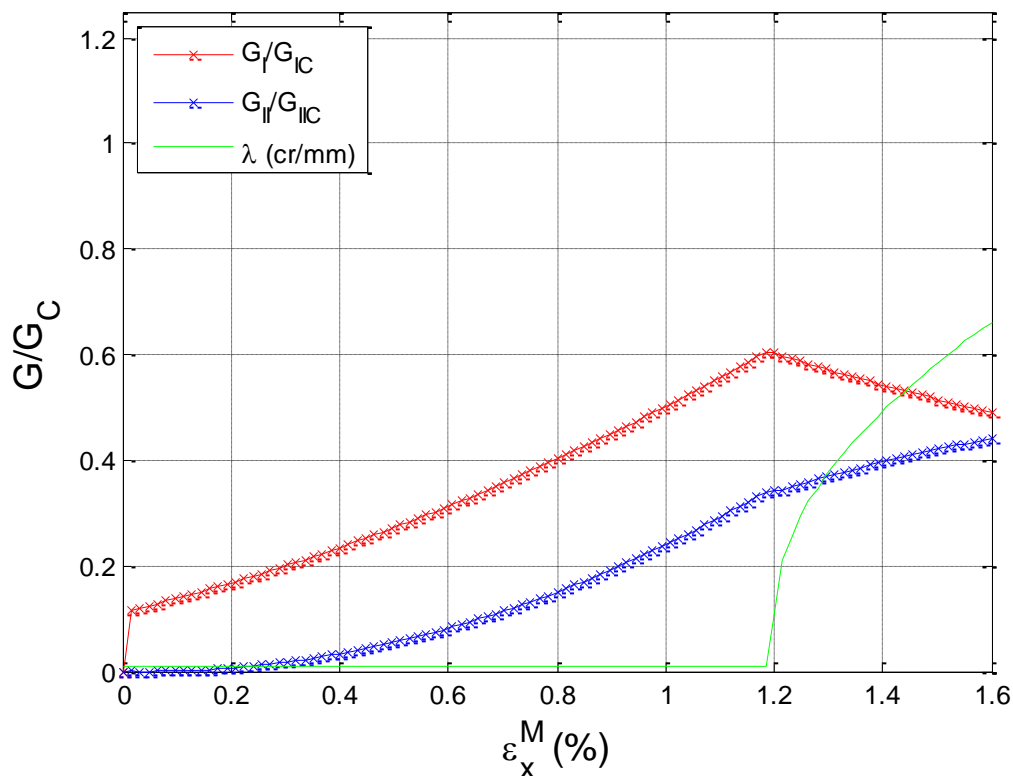


Figura 4.10: Evolución del ratio entre la tasa de liberación de energía y la tenacidad de fractura, en modo I y modo II, calculado por el programa Pittsburgh para el laminado $[0/\pm 55_4/0_{1/2}]_S$

En la figura 4.10 se ha representado cuantitativamente la contribución de los modos de fractura I y II junto a la evolución del daño en forma de densidad de fisuras. Con la configuración del laminado B se observa la aparición del modo II de fractura. La iniciación del daño se produce en torno a una deformación de 1,2%, momento en el cual la función de daño es activada y detiene el crecimiento de G_I . A partir de entonces, los incrementos de deformación resultan en incrementos de densidad de fisuras.

Cabe destacar que a partir del momento en el que aparecen fisuras, la contribución del modo I de fractura disminuye progresivamente, mientras que la del modo II aumenta. Este efecto se debe a que la degradación de la rigidez de los elementos \bar{C}_{11} , \bar{C}_{12} y \bar{C}_{22} es mucho menor que la degradación de la rigidez de los elementos \bar{C}_{16} , \bar{C}_{26} y \bar{C}_{66} al aumentar la densidad de fisuras (Ecuación 2.47).

4.3. Laminado de verificación en modo mixto

El laminado de verificación se ha empleado para establecer la validez del modelo DDM como opción para la obtención de la tenacidad de fractura intralaminar.

Los resultados experimentales [1] para el laminado C, de configuración $[0/\pm 70_4/0_{1/2}]_S$, son comparados con la predicción del modelo DDM para los valores de tenacidad de fractura intralaminar calculados en las Secciones 4.1 ($G_{Ic} = 117,3 \text{ J/m}^2$) y 4.2 ($G_{IIc} = 319,8 \text{ J/m}^2$) de este proyecto.

Los resultados experimentales se componen de tres muestras ensayadas de forma análoga a los laminados anteriores: C-1, C-2 y C-3. Inicialmente se demuestra la gran influencia de las tensiones residuales en el modelo debido a los efectos térmicos que aparecen en el laminado. Así, en la Figura 4.11 se muestra la predicción del modelo si no se contabilizan dichas tensiones residuales, es decir, el modelo no corregido.

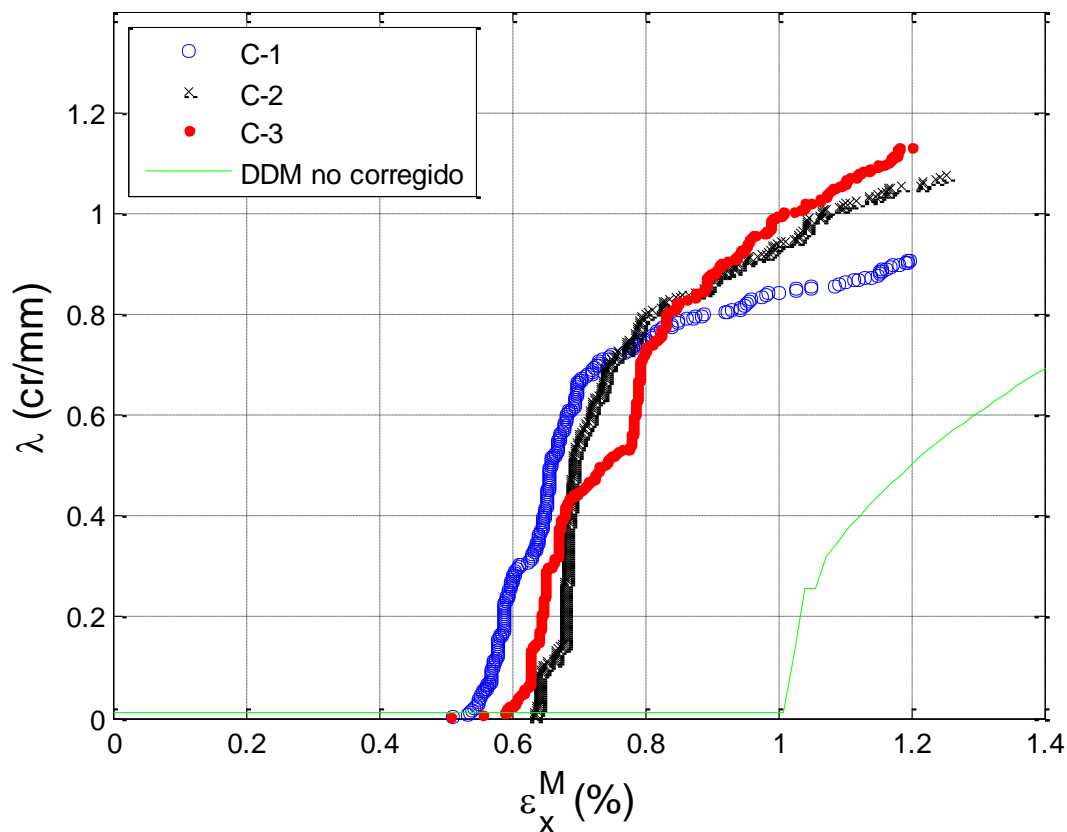


Figura 4.11: Comparación de los resultados experimentales frente a la predicción del modelo DDM sin considerar las tensiones residuales

Se observa un desplazamiento en la predicción del modelo, de forma que la aparición de fisuras se retrasa hasta una deformación del 1% debido a que el nivel de tensión a partir del cual se genera daño se alcanza más tarde.

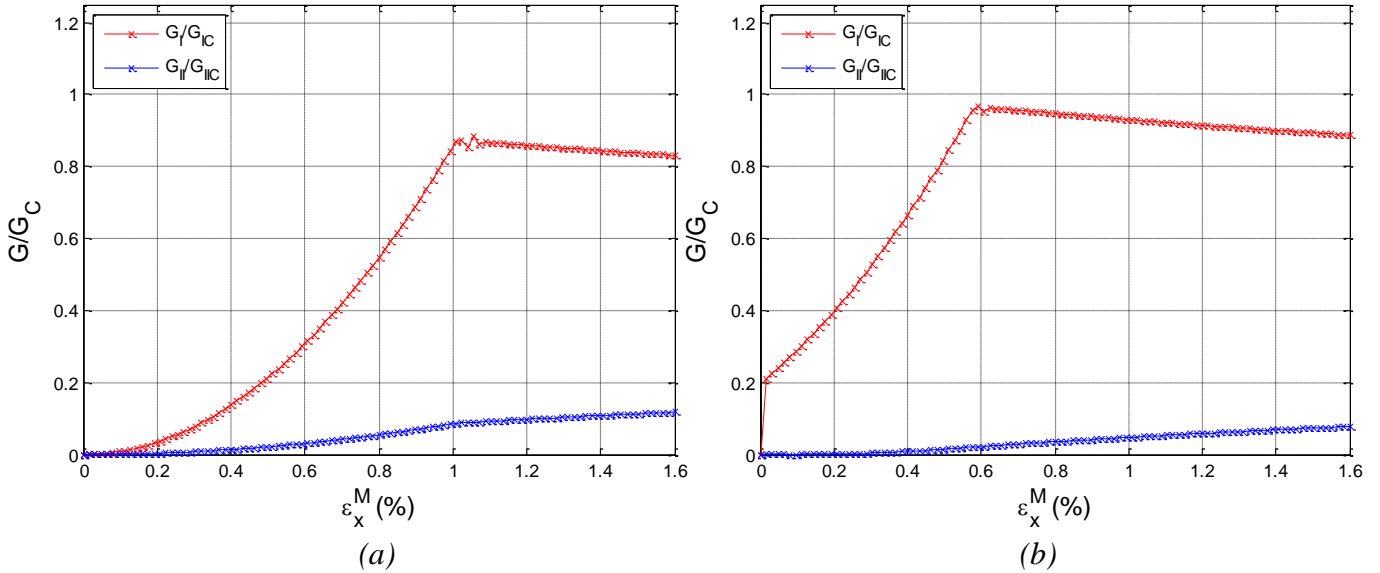


Figura 4.12: Evolución del ratio entre la tasa de liberación de energía y la tenacidad de fractura, en modo I y modo II, calculado por el programa Pittsburgh para el laminado $[0/\pm 70_4/0_{1/2}]_S$ sin corregir el efecto de las tensiones (a) y corrigiéndolo (b)

El efecto de las tensiones residuales se observa en las Figuras 4.12-a y 4.12-b. Inicialmente, con deformación mecánica nula, en la figura de la izquierda los esfuerzos soportados por el laminado son nulos ($G_I = 0$) y crecen progresivamente hasta que da comienzo la formación de fisuras en torno al 1% de deformación. En cambio, en la figura de la derecha, se observa la tensión residual, ya que con deformación mecánica nula la tasa de liberación de energía en modo I no es nula ($G_I/G_{IC} = 0,2$).

A continuación, se muestra la predicción aportada por el modelo corregido teniendo en cuenta las tensiones residuales (Figura 4.13) junto a los resultados experimentales.

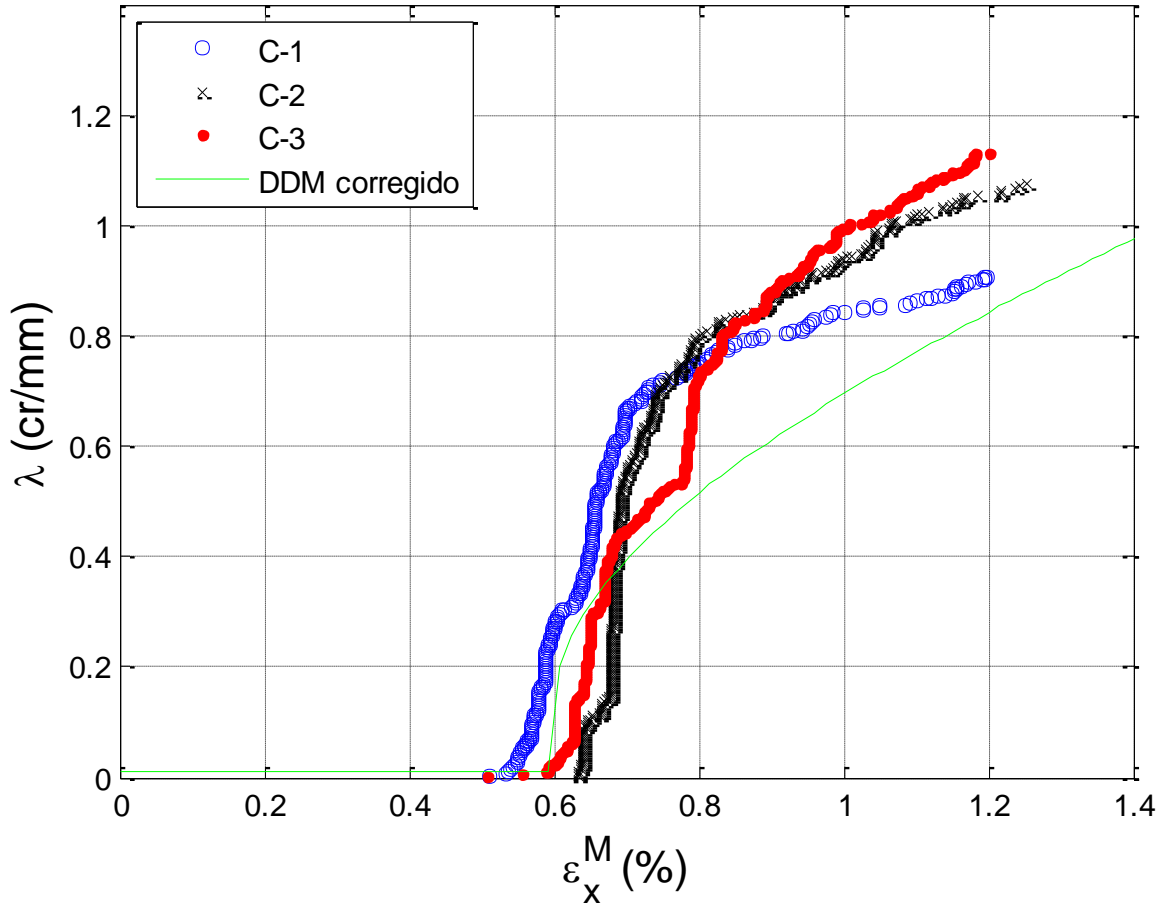


Figura 4.13: Comparación de los resultados experimentales frente a la predicción del modelo DDM

En la Figura 4.13 se demuestra la validez del procedimiento para la obtención de la tenacidad de fractura de un material compuesto laminado por medio del modelo DDM.

Se observa una muy buena correspondencia entre la predicción y los datos experimentales en la etapa de inicio del daño, con una deformación en torno al 0,60%. El modelo predice bastante bien los resultados experimentales del laminado C, habiendo ajustado previamente las propiedades G_{Ic} y G_{IIc} con dos laminados diferentes (A y B).

Capítulo 5

Conclusiones y trabajos futuros

5.1. Resumen y conclusiones

En este proyecto se ha desarrollado un método para la determinación de la tenacidad de fractura de materiales compuestos laminados, tanto en modo de fractura I como II. Esta propiedad está asociada directamente con la fisuración de la matriz de las láminas que componen el laminado.

Esta forma de daño resulta importante en diseños con tolerancia al daño, ya que de ella depende la degradación progresiva de las propiedades mecánicas de la lámina al aumentar su deformación transversal.

La primera conclusión presentada a través de las Secciones 2.1 y 2.2, sirve de base para todo el desarrollo teórico y experimental posterior:

- ❖ Se ha presentado y demostrado experimentalmente la necesidad de definir la resistencia transversal a tracción (F_{2t}) y la resistencia a cortadura en el plano (F_6) en términos de la Mecánica de Fractura por medio de la teoría de resistencia In-situ.

Los criterios que determinan la carga crítica para la que el laminado comienza a acumular daño (First Ply Failure, FPF) son insuficientes para analizar la evolución del

daño en el mismo. Por ello se presenta un modelo de evolución del daño (Discrete Damage Mechanics, DDM) desarrollado por Barbero et al. [5, 6, 8, 9, 15].

En resumen, el modelo DDM es capaz de evaluar el daño sufrido por un laminado a partir de una variable de estado denominada densidad de fisuras, λ . La caracterización del daño se traduce en la degradación de las propiedades mecánicas de la lámina dañada. La característica que hace único al modelo es que tan solo requiere la especificación del parámetro de densidad de fisuras para la resolución del laminado.

Este modelo ha sido modificado para considerar las tensiones residuales térmicas originadas en el proceso de curado. De esta forma se han obtenido predicciones más ajustadas a los resultados experimentales.

El objetivo final de este proyecto es obtener las propiedades que determinan el comportamiento del material ante la formación de fisuras transversales en modo I y II, es decir, la tenacidad de fractura intralaminar (G_{Ic} y G_{IIc}). Se ha conseguido mediante la aplicación del modelo DDM a los resultados experimentales obtenidos de [1].

A partir de un primer grupo de ensayos realizados sobre un laminado cruzado, $[0/90_4]_S$, se ha obtenido el valor de la tenacidad de fractura en modo I, G_{Ic} .

Tomando el valor de G_{Ic} del ensayo previo, se ha procedido al ajuste del parámetro G_{IIc} mediante los resultados experimentales de los ensayos de un laminado con la configuración $[0/\pm 55_4/0_{1/2}]_S$.

Finalmente, los valores de tenacidad de fractura intralaminar son validados enfrentando los resultados experimentales de un nuevo laminado, de configuración $[0/\pm 70_4/0_{1/2}]_S$, con la predicción del modelo DDM introduciendo los parámetros G_{Ic} y G_{IIc} obtenidos en las dos etapas anteriores.

La conclusión principal a la que se ha llegado es la siguiente:

- ❖ A la vista de los resultados de verificación expuestos en la Sección 4.3, se concluye que la correspondencia entre los resultados experimentales y la predicción del modelo DDM es muy satisfactoria. Por lo tanto, a falta de análisis más intensivos sobre este método, el procedimiento puede ser considerado válido para el cálculo de G_{Ic} y G_{IIc} de un material compuesto laminado de fibra de carbono.

Otras conclusiones que se han observado respecto a los resultados experimentales son las siguientes:

- El ajuste de los valores de la tenacidad de fractura intralaminar muestran una notable sensibilidad a los resultados experimentales, es decir, a la curva λ vs ε . Por ello es importante garantizar la repetibilidad de los ensayos con el fin de minimizar la desviación de las propiedades ajustadas.

- La velocidad de deformación a la que se realizan los ensayos, a partir de los cuales se obtienen los resultados experimentales, debe ser lo suficientemente baja como para que sean despreciables los efectos viscoelásticos en el comportamiento mecánico del material. De lo contrario las curvas λ vs ε aparecen desplazadas hacia la izquierda y el ajuste para el cálculo de G_{Ic} y G_{IIc} presenta una dispersión muy elevada.

5.2. Trabajos futuros

Las investigaciones futuras que se plantean a raíz de este proyecto tienen dos vertientes.

Por un lado la de ampliar el campo de estudio del procedimiento desarrollado, es decir, someterlo a un mayor número de ensayos para probar la validez del método más extensamente y poder definir sus limitaciones. Por ejemplo, en materiales compuestos laminados de fibra de vidrio.

Por otro lado, el modelo DDM puede ser extendido para abarcar estados de carga más complejos como: tracción biaxial ($\sigma_1, \sigma_2 \neq 0$) o tracción con cortadura ($\sigma_1, \sigma_6 \neq 0$). Esta ampliación del modelo podría permitir el análisis de estructuras sometidas a condiciones de carga más complejas y realistas con el objetivo de aplicar el modelo en problemas de ingeniería estructural con laminados susceptibles de fisuración, por ejemplo, vasijas presurizadas, vigas de pared delgada, etc.

Apéndice A

A.1 Propiedades del material MTM 45-1

Las propiedades del material empleadas para calcular F_{2t} se han tomado de varias fuentes diferentes:

- La rigidez en dirección longitudinal (E_1) y en dirección transversal (E_2) han sido obtenidas experimentalmente mediante ensayos de tracción de laminados unidireccionales en base a la norma ASTM D3039 [4].
 - $E_1 = 144,6 \text{ GPa}$
 - $E_2 = 6,94 \text{ GPa}$
- También se ha medido la resistencia transversal a tracción obteniéndose en promedio:
 - $F_{2t} = 45,4 \text{ MPa}$
- Los coeficientes de expansión térmica empleados en el análisis pertenecen a otro material compuesto de fibra de carbono-epoxy de características semejantes (IM7-8552 [5]).
 - $\alpha_1 = -5,5 \cdot 10^{-6} \text{ } 1/^{\circ}\text{C}$
 - $\alpha_2 = 25,8 \cdot 10^{-6} \text{ } 1/^{\circ}\text{C}$
- El resto de propiedades requeridas se han tomado de las especificaciones aportadas por el fabricante [2].
 - $\nu_{12} = 0,36$
 - $G_{12} = 3,59 \text{ GPa}$

Apéndice B

B.1 Teoría Clásica del Laminado

Se ha empleado la Teoría Clásica de Laminados para el cálculo de la tensión en una lámina sometida a un ensayo uniaxial.

Al tratarse de laminados simétricos, la matriz de acoplamiento [B] es nula y por lo tanto, los esfuerzos de flexión no provocan deformaciones en el plano medio y los esfuerzos en el plano no dan lugar a curvaturas.

$$\begin{Bmatrix} \overline{N} \\ \overline{M} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \overline{\epsilon}^0 \\ \overline{\kappa}^0 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{cases} \{N\} = [A] \{\overline{\epsilon}^0\}_{xy} \\ \{M\} = [D] \{\overline{\kappa}^0\} \end{cases} \quad (\text{B.1.1})$$

Además, el estado de carga es uniaxial, es decir, todas las componentes de los vectores de carga N y M son nulas excepto N_x . Ello implica que el vector de curvaturas también es nulo, con lo que las deformaciones a lo largo del espesor del laminado son iguales a las del plano medio:

$$\{\overline{\epsilon}\}_{xy} = \{\overline{\epsilon}^0\}_{xy} + z \underbrace{\{\overline{\kappa}^0\}}_{=0} = \{\overline{\epsilon}^0\}_{xy} \quad (\text{B.1.2})$$

En adelante, se omitirá el superíndice 0 ya que las deformaciones son las mismas en todo el laminado.

El dato del que partimos es la deformación longitudinal de la probeta, ϵ_x . Y el objetivo es calcular la tensión transversal en las láminas orientadas a 90° ($\sigma_2^{90^\circ}$). Los

laminado son simétricos y balanceados, lo que implica que una carga uniaxial no induce deformaciones angulares ($A_{16} = A_{26} = 0$)

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{B.1.3})$$

El problema recae en que la deformación transversal no es un dato, ya que no es necesario medirla en los ensayos. Sin embargo, puede ser calculada resolviendo la segunda ecuación del sistema de ecuaciones anterior,

$$\varepsilon_y = -\frac{A_{12}}{A_{22}} \varepsilon_x = -\nu_{xy}^0 \cdot \varepsilon_x$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ 0 \end{Bmatrix} = \varepsilon_x \begin{Bmatrix} 1 \\ -\nu_{xy}^0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{B.1.4})$$

Siendo el coeficiente de Poisson aparente del laminado en el plano. Conocidas las deformaciones, es inmediato el cálculo de las tensiones en la lámina en coordenadas de la lámina (12) por medio de la matriz de rotación (T) .

$$\begin{aligned} \{\bar{\sigma}\}_{xy}^k &= [\bar{Q}]^k \{\bar{\varepsilon}\}_{xy} \\ \{\bar{\sigma}\}_{12}^k &= [T]^k \{\bar{\sigma}\}_{xy}^k \end{aligned} \quad (\text{B.1.5})$$

De la teoría clásica se sabe que:

$$[T(\theta)] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix}, \rightarrow \begin{cases} m = \cos(\theta) \\ n = \sin(\theta) \end{cases} \quad (\text{B.1.6})$$

$$[Q] = \begin{bmatrix} E_1/\Delta & \nu_{12}E_2/\Delta & 0 \\ \nu_{21}E_1/\Delta & E_2/\Delta & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{B.1.7})$$

$$[\bar{Q}] = [T(-\theta)][Q][T(-\theta)]^T \quad (\text{B.1.8})$$

$$[A] = \sum_{k=1}^N [\bar{Q}]^k t_k \quad (\text{B.1.9})$$

Apéndice C

C.1 Software de análisis de los resultados experimentales

Se ha escogido como lenguaje de programación Matlab por su facilidad de uso y por sus grandes prestaciones.

Los programas utilizados para el tratamiento de los datos han sido dos:

- El primer programa (*AEread*) se encarga de la lectura de todos los datos registrados en un ensayo determinado por el usuario. Los datos son leídos de un fichero Excel (Figura C.1) y de un fichero de texto (Figura C.2). A continuación estos datos son sincronizados y almacenados en la variable *data* para su procesamiento posterior.
- El segundo programa (*AEresults*) tiene por misión filtrar los datos procesados por el programa anterior y a su vez generar un fichero con los resultados experimentales definitivos que se usarán en el ajuste de los valores de la tenacidad de fractura posteriormente (G_{Ic} y G_{IIc}).

C.1.1 Código del programa AEread

Programa AEread

```
% This program reads data from two files and match them to create a
structure
% that contains all available information about matrix cracking.
clc
clear all
close all

% =====
%   Introduce specimen and stage
% =====
sample = 'A';
spec = '1';
stage = '1';

% Read data from txt and excel files
[location time2 As LT time force stress strain ris cou...
 ener dur amp a_frq c_frq p_frq] = read_AE_strain(sample, spec,
stage);

% Processing and saving data from files
data_processing;
```


Función data_processing

```
% The purposes of this script are:
%
% - Remove outside events
% - Save a mat-file
%
%=====
% Concatenate and save data
%=====
% Concatenate data from the two files within the array 'results'
% results contains: TIME, POSITION, LOAD, STRAIN
size_res = 0;
for i = 1:length(time2)
    if (location(i)>1)&&(location(i)<5)
        size_res = size_res + 1;
    end
end

results = zeros(size_res,4);
rise = zeros(size_res,1);
coun = zeros(size_res,1);
energy = zeros(size_res,2);
duration = zeros(size_res,2);
amplitude = zeros(size_res,2);
a_freq = zeros(size_res,2);
c_freq = zeros(size_res,2);
p_freq = zeros(size_res,2);
j = 1;
m = 0;
for i = 1:length(time2);
    while (time2(i)>time(j))
        j = j+1;
    end
    if (location(i)>1)&&(location(i)<5) % An event happens between
1 and 5 % Number of events
        m = m+1; % Time (s)
        results(m,1) = time2(i); % Location (in)
        results(m,2) = location(i); % Stress (MPa)
        results(m,3) = stress(j); % Strain (microstrain)
        results(m,4) = strain(j);
        rise(m,1) = ris(j);
        coun(m,1) = cou(j);
        if ener(j) < ener(j-1)
            energy(m,1) = ener(j);
            energy(m,2) = ener(j-1);
        else
            energy(m,1) = ener(j-1);
            energy(m,2) = ener(j);
        end
        if dur(j) < dur(j-1)
            duration(m,1) = dur(j);
            duration(m,2) = dur(j-1);
        else
            duration(m,1) = dur(j-1);
            duration(m,2) = dur(j);
        end
        if amp(j) < amp(j-1)
            amplitude(m,1) = amp(j);
            amplitude(m,2) = amp(j-1);
        else
```

```

        amplitude(m,1) = amp(j-1);
        amplitude(m,2) = amp(j);
    end
    if a_frq(j) < a_frq(j-1)
        a_freq(m,1) = a_frq(j);
        a_freq(m,2) = a_frq(j-1);
    else
        a_freq(m,1) = a_frq(j-1);
        a_freq(m,2) = a_frq(j);
    end
    if c_frq(j) < c_frq(j-1)
        c_freq(m,1) = c_frq(j);
        c_freq(m,2) = c_frq(j-1);
    else
        c_freq(m,1) = c_frq(j-1);
        c_freq(m,2) = c_frq(j);
    end
    if p_frq(j) < p_frq(j-1)
        p_freq(m,1) = p_frq(j);
        p_freq(m,2) = p_frq(j-1);
    else
        p_freq(m,1) = p_frq(j-1);
        p_freq(m,2) = p_frq(j);
    end
end
end

data.time = results(:,1);
data.location = results(:,2);
data.stress = results(:,3);
data.strain = results(:,4);
data.rise = rise;
data.coun = coun;
data.amplitude = amplitude;
data.duration = duration;
data.energy = energy;
data.a_freq = a_freq;
data.c_freq = c_freq;
data.p_freq = p_freq;

% Data structure are saved on a mat-file
savename = (['..\Experimental
results\sample_',sample,'\specimen_',sample,'_',spec,'\data_',sample,'
-',spec,'\ ',spec,'-',stage,'.mat']);
specimen = ([spec,'-',stage]);
save (savename, 'data','sample','specimen')

```

C.1.1.1 Ejemplo de fichero de datos Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	ID	SSSSSSSS.mmmuun	PA RA1	PARA2	CH	RIS	E COUN	E NE R	DURAT	ION	AMP A-F	RQ C-F	RQ P-FRQ	LOCATION	TIME (s)	Area(mm^2)	thickness(mm)
2	Gp#	1[2,1] x = 5.385, y =	0 dT[28]	Src	Amplitude =		62					5.385	81.87783	26.6975853	1.38684
3		81.8778020 201.4222	995.5138	2	2	2	21 5		164	62	128	186	185				
4		81.8778295 201.4222	995.5138	1		2	2 0		93	48	22	211	155				
5	Gp#	1[2,1] x = 5.613, y =	0 dT[30]	Src	Amplitude =		52					5.613	94.41572		
6		94.4156925 222.1747	1118.809	2	1	8	7 1		77	52	91	220	115				
7		94.4157225 230.1096	1119.419	1		0	1 0		0	46	0	219	185				
8	Gp#	1[2,1] x = 5.727, y =	0 dT[31]	Src	Amplitude =		52					5.727	203.6013		
9		203.6012883 455.3362	2241.89	2		8	13 2		102	52	127	202	184				
10		203.6013195 460.2191	2244.941	1		0	1 0		0	45	0	212	262				
11	Gp#	1[2,1] x = 5.613, y =	0 dT[30]	Src	Amplitude =		58					5.613	216.1333		
12		216.1332733 480.3613	2372.509	2	1	2	19 4		148	58	128	223	185				
13		216.1333033 477.9199	2371.899	1		3	2 0		22	49	91	214	154				
14	Gp#	1[1,2] x = 0.5248, y =	0 dT[26]	Src	Amplitude =		50					0.5248	221.6844		
15		221.6843835 496.8413	2432.325	1		8	8 1		84	50	95	228	162				
16		221.6844092 495.6206	2431.105	2		6	4 0		59	47	68	178	117				
17	Gp#	1[2,1] x = 3.925, y =	0 dT[12]	Src	Amplitude =		50					3.925	258.5805		
18		258.5804775 582.2932	2835.169	2		5	4 0		44	50	91	203	185				
19		258.5804890 582.2932	2835.169	1		0	1 0		0	45	0	227	158				
20	Gp#	1[2,1] x = 5.339, y =	0 dT[27]	Src	Amplitude =		53					5.339	289.9216		
21		289.9216168 645.7717	3183.081	2		7	7 1		72	53	97	225	186				
22		289.9216437 645.7717	3183.081	1		0	1 0		0	45	0	227	185				
23	Gp#	1[2,1] x = 5.499, y =	0 dT[29]	Src	Amplitude =		53					5.499	306.1795		
24		306.1794290 675.6798	3316.141	2		9	10 1		68	53	147	231	183				
25		306.1794577 681.1732	3314.921	1		0	1 0		0	45	0	233	185				
26	Gp#	1[1,2] x = 0.4107, y =	0 dT[27]	Src	Amplitude =		53					0.4107	324.61		
27		324.6099833 720.2368	3508.408	1		4	10 1		69	53	145	250	240				
28		324.6100103 714.7435	3507.797	2	4	7	5 0		55	47	91	177	116				
29	Gp#	1[2,1] x = 5.294, y =	0 dT[27]	Src	Amplitude =		60					5.294	433.7868		
30		433.7867360 930.2042	4519.181	2	1	3	23 6		170	60	135	196	185				

Figura C.1: Ejemplo del fichero Excel correspondiente al ensayo de la probeta A-1

C.1.1.2 Ejemplo de fichero de texto

AE_strain_A-1: Bloc de notas												
Archivo Edición Formato Ver Ayuda												
Mon Nov 21 09:34:57 2011												
ID	SSSSSSSS.mmmuuun	PARA1	PARA2	CH	RISE	COUN	ENER	DURATION	AMP	A-FRQ	C-FRQ	P-FRQ
1	1.4779795	28.6874	121.4637	1	0	1	0	0	45	0	251	242
1	1.8674595	27.4667	120.8533	2	32	6	0	38	51	158	199	187
1	1.9119388	33.5704	123.2948	2	0	1	0	0	45	0	231	186
1	2.0661780	29.2978	121.4637	2	20	6	0	30	52	200	219	188
1	3.2035905	25.0252	121.4637	2	15	5	0	42	51	119	224	185
1	4.1231860	33.5704	122.6844	2	20	7	1	49	49	143	215	186
1	4.1922465	21.9733	122.0740	2	3	2	0	5	46	400	207	178
1	4.4693290	33.5704	122.6844	2	44	9	1	51	48	176	225	167
1	5.0740403	27.4667	128.1777	1	16	12	1	73	54	164	239	428
1	5.5218713	28.6874	131.8400	2	2	2	0	6	48	333	215	186
1	5.9435068	33.5704	138.5540	1	9	3	0	38	48	79	240	99
1	6.1017735	36.0118	139.1644	2	5	6	1	50	53	120	203	185
1	6.8039742	40.8948	147.0992	2	6	3	0	11	48	273	208	185
1	9.0026050	42.1155	175.1763	2	12	6	0	33	50	182	214	162
1	9.2258988	38.4533	180.0592	1	9	5	0	35	50	143	247	240
1	10.5095635	39.0637	192.8770	2	2	1	0	3	45	333	228	156
1	11.8645188	43.9467	204.4740	2	26	19	4	143	60	133	205	186
1	12.1191545	48.2192	204.4740	1	14	3	0	16	49	188	240	137
1	13.2800778	50.6607	215.4607	2	0	1	0	0	45	0	230	162
1	13.3226555	40.8948	216.6814	2	3	2	0	6	45	333	228	186
1	13.5741493	49.4400	216.6814	2	0	1	0	0	45	0	209	168
1	13.7844578	50.0504	218.5125	2	46	16	2	88	55	182	239	187
1	14.0160655	48.2192	219.7333	2	8	4	0	55	51	73	201	185
1	15.3092625	53.7126	237.4340	1	0	2	0	7	47	286	253	242
1	15.6184190	52.4918	239.8755	2	7	2	0	10	47	200	202	179
1	17.7822993	55.5437	251.4725	1	2	1	0	3	45	333	244	138
1	18.4840307	60.4266	266.1214	2	24	10	1	103	52	97	207	186
1	18.5467570	59.8163	266.1214	2	2	3	0	32	46	94	212	187
1	18.7473957	60.4266	267.9525	2	8	12	3	164	54	73	204	116
1	20.1106933	61.6474	285.6533	2	34	8	1	51	50	157	230	144
1	20.6082138	57.9852	292.3673	2	38	2	0	42	45	48	215	142
1	21.6008718	62.2578	300.3022	1	1	3	0	12	46	250	241	199
1	21.8799263	64.6992	307.6266	2	2	2	0	6	45	333	231	186
1	21.9789987	67.7511	311.2888	2	39	9	0	56	47	161	245	183
1	26.0168165	73.2444	357.6769	2	5	2	0	8	46	250	220	186
1	31.1262147	83.0103	405.2858	2	24	19	4	127	58	150	208	185
1	32.7988232	87.2829	428.4799	2	9	7	1	68	52	103	212	143
1	33.3202767	89.1140	432.7525	1	1	1	0	2	45	500	239	103
1	34.8981745	98.2696	450.4532	2	17	15	3	136	56	110	205	185
1	36.5001060	97.0489	471.2058	2	3	1	0	3	46	333	214	184
1	36.6763537	100.1007	471.8162	2	24	3	0	31	48	97	213	184
1	37.0384348	97.6592	476.0888	2	3	1	0	3	46	333	202	186
1	37.1871590	98.8800	477.3095	2	0	1	0	0	45	0	209	188
1	38.3234230	101.9318	487.6858	2	6	6	0	41	49	146	200	155
1	41.2000730	106.2044	510.8799	2	8	5	0	56	50	89	212	186
1	41.6419275	104.3733	513.3214	2	0	1	0	0	45	0	205	145
1	42.1804260	106.8148	524.9184	2	17	3	0	34	50	88	226	185
1	42.3410708	104.9837	526.7495	2	6	3	0	37	47	81	238	162

Figura C.2: Ejemplo del fichero de texto correspondiente al ensayo de la probeta A-1

C.1.2 Código del programa AEresults

Programa AE final results

```
% This script reads data from a specified AE-test, filters it
% according to the
% energy x amplitude criterion, plots the results and generates a text
% file
% with these results

clc
clear all
close all

% Introduce the sample, specimen and stage
sample = 'A';
spec = '1';
stage = 'all';           % Select a stage (1, 2...) or all of them (all)

%=====
% Reading data
%=====
data = read_data(sample, spec, stage);

%=====
% Preallocating and filtering
%=====
cracks = crack_filter(data, sample);

%=====
% Figure 1
% Plot stress vs strain
%=====
figure1;

%=====
% Figure 2
% Bar graph: #Events vs location
%=====
figure2;

%=====
% Figure 3
% Plot lambda vs strain
%=====
figure3;
%
%=====
% Export data
%=====
% Write a text file with strain vs lambda
save_results(sample, spec, stage, cracks);
```

Función read_data

```
function data = read_data(sample, spec, stage)

% This function looks for the data file and arranges the strain

if strcmp(stage,'all') && (~exist(['..\Experimental
results\sample_',sample,'\specimen_',sample,'_',spec,'\data_',sample,'
-',spec,'\','spec','-','stage','.mat'],'file'))
    concatenate(sample,spec);
elseif ~exist(['..\Experimental
results\sample_',sample,'\specimen_',sample,'_',spec,'\data_',sample,'
-',spec,'\','spec','-','stage','.mat'],'file')
    error('Introduce an existing reference')
end

file = (['..\Experimental
results\sample_',sample,'\specimen_',sample,'_',spec,'\data_',sample,'
-',spec,'\','spec','-','stage','.mat']);
load (file)

[Y I] = sort(data.strain);
data.strain = data.strain(I,:);
data.stress = data.stress(I,:);
data.time = data.time(I,:);
data.location = data.location(I,:);
data.energy = data.energy(I,:);
data.duration = data.duration(I,:);
data.amplitude = data.amplitude(I,:);
data.a_freq = data.a_freq(I,:);
data.c_freq = data.c_freq(I,:);
data.p_freq = data.p_freq(I,:);
data.rise = data.rise(I);
data.coun = data.coun(I);
```

Función crack_filter

```
function cracks = crack_filter(data,sample)

%=====
% Preallocating and filtering
%=====

if strcmp(sample,'II')||strcmp(sample,'V')||strcmp(sample,'IX')
    threshold_inf = 27000;
    threshold_sup = 440000;
    NG = 1;
elseif strcmp(sample,'VIII')
    threshold_inf = 6000;
    threshold_sup = 150000;
    NG = 1;
elseif strcmp(sample,'VI')
    threshold_inf = 1800;
    threshold_sup = 7800;
    NG = 4;
elseif strcmp(sample,'VII')||strcmp(sample,'X')
    threshold_inf = 7500;
    threshold_sup = 28000;
    NG = 4;
end

m = size(data.time);
v = zeros(m(1),1);

for i = 1:m
    if (data.energy(i,2)*data.amplitude(i,2) >
threshold_inf)&&(data.energy(i,2)*data.amplitude(i,2) < threshold_sup)
% Condition: maximum energy multiplied by maximum amplitude
        v(i) = 1;
    end
end
NCRACKS = sum(v);
disp(['The number of events that fulfill the requirements are
',num2str(NCRACKS),' over ', num2str(m(1))])

cracks.time = [data.time(v==1); data.time(end)];
cracks.location = [data.location(v==1); data.location(end)];
cracks.stress = [data.stress(v==1); data.stress(end)];
cracks.strain = [data.strain(v==1); data.strain(end)];
cracks.lambda = [(1:NCRACKS)'; NCRACKS]/25.4/4/NG;
```

Función save_results

```
function [] = save_results(sample,spec,stage,cracks)

%=====
% Write data
%=====
% Write a text file with strain vs lambda

if strcmp(stage,'all')
    filename3 = (['..\Experimental
results\sample_',sample,'\specimen_',sample,'_',spec,'\data_',sample,'
-',spec,'\AE_lambda_',sample,'-',spec,'.txt']);
    fid = fopen(filename3, 'w');
    fprintf(fid, '%f %f \n', [cracks.strain cracks.lambda]);
    fclose(fid);
end
```

Apéndice D

D.1 Código del programa FIT_Gc

Programa *FIT_Gc*

```
function [G_Ic G_I Ic] = fit_Gc

% Fitting G_Ic or G_I Ic from experimental data

clear all
clc
close all

% read data from txt file
sample = 'A';
spec = '1';
mode = 'I';
G_Ic = 0.100;
G_I Ic = 0.300;

[xdata ydata G0c Gc] = search_input(sample,spec,mode,G_Ic,G_I Ic);

Gfc = fminsearch(@auxFunc,G0c,[],xdata,ydata,Gc,mode,sample);

[epsx Lambda] = main_pittsburgh_mod(Gfc,xdata(end)/100,Gc,mode,sample);

hold on
plot(100*epsx(1,:),Lambda(2,:), 'r.-')
xlabel('\epsilon_{x}^{M} (%)', 'FontSize', 13)
ylabel('\lambda (cr/mm)', 'FontSize', 13)
grid on

if strcmp(mode, 'I')
    G_Ic = Gfc;
    G_I Ic = Gc;
else
    G_Ic = Gc;
    G_I Ic = Gfc;
end
```


Función *search_input*

```
function [xdata ydata G0c Gc] = search_input(sample,spec,mode,GIc,GIIC)

filename = ['../Experimental
results/sample_',sample,'/specimen_',sample,'_',spec,'/data_',sample,'
-',spec,'/AE_lambda_',sample,'-',spec,'.txt'];

% Open the text file
fid = fopen(filename);
data = fscanf(fid, '%f', [2,inf]);
fclose(fid);

% Experimental data
xdata = data(:,1)/1e4; % strain (%)
ydata = data(:,2);    % crack density: lambda (cr/mm)
plot(xdata,ydata,'kx')

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
if strcmp(mode,'I')
    % Mode I
    G0c = GIc; % Initial value for first iteration G_Ic [KJ/m2]
    Gc = GIIC; % Constant value for GIIC [KJ/m2]
elseif strcmp(mode,'II')
    % Mode II
    G0c = GIIC; % Initial value for first iteration G_IIc [KJ/m2]
    Gc = GIc; % Constant value for GIc [KJ/m2]
else
    error('Choose mode I or II')
end
```

Apéndice E

E.1 Nomenclatura

<u>Símbolo</u>	<u>Descripción</u>
$\overline{(\quad)}$	Transformado a coordenadas de la lámina de referencia
(\quad)	Propiedad intacta (no degradada) de la lámina
(\quad)	Promedio
α_1, α_2	Coeficientes de expansión térmica en dirección longitudinal y transversal
θ_k	Orientación de la lámina k respecto al laminado
$\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \gamma_{xy}^0$	Componentes de deformación en el plano medio de un laminado
$\kappa_x^0, \kappa_y^0, \kappa_{xy}^0$	Curvaturas del plano medio de un laminado
ε_{ij}	Componentes de deformación en notación tensorial
ε_α	Componentes de deformación en notación contraída
λ	Densidad de fisuras
η	Autovalores
σ_{ij}	Componentes de tensión en notación tensorial
σ_α	Componentes de tensión en notación contraída

ν_{12}	Coeficiente de Poisson en el plano de la lámina
ν_{xy}^0	Coeficiente de Poisson en el plano del laminado
$\Lambda_{22}^0, \Lambda_{44}^0$	Parámetros de Dvorak
$2a_0$	Tamaño representativo de una fisura
g	Función de activación de daño
d_f	Factor de degradación
t_k	Espesor de la lámina k
t_t	Espesor de transición
x_1, x_2, x_3	Sistema de coordenadas de una lámina
u, v, w	Componentes del desplazamiento en las direcciones x_1, x_2, x_3
$[A]$	Matriz de rigidez en el plano del laminado ($A_{ij}; i, j = 1, 2, 6$)
$[B]$	Matriz de acoplamiento tracción-flexión del laminado (B_{ij})
$[D]$	Matriz de rigidez a flexión del laminado (D_{ij})
D	Tensor de daño
E_x^0, E_y^0, G_{xy}^0	Módulos del laminado en el plano
E	Módulo de Young
E_1, E_2	Módulos de Young en dirección longitudinal y transversal
F_{2t}	Resistencia a tracción en dirección transversal
F_6	Resistencia a cortadura en el plano
F_{2t}^{is}, F_6^{is}	Resistencias in-situ (corregidas)
G_{12}	Módulo de rigidez a cortadura
G_{Ic}, G_{IIc}	Tenacidad de fractura en modo I y II
M_x, M_y, M_{xy}	Momentos flectores por unidad de longitud en el plano medio del laminado
M_x^T, M_y^T, M_{xy}^T	Momentos flectores térmicos por unidad de longitud en el plano medio del laminado

N_x, N_y, N_{xy}	Esfuerzos en el plano por unidad de longitud en el laminado
N_x^T, N_y^T, N_{xy}^T	Esfuerzos en el plano térmicos por unidad de longitud en el laminado
Q	Matriz de rigidez reducida de una lámina en coordenadas x_1, x_2, x_3
\bar{Q}	Matriz de rigidez reducida en coordenadas del laminado x, y, z
Q	Matriz de rigidez reducida intacta en coordenadas de la lámina
$T = T(\theta)$	Matriz de transformación de tensiones de coordenadas del laminado a coordenadas de la lámina
$T^{-1} = T(-\theta)$	Matriz de transformación de tensiones de coordenadas de la lámina a coordenadas del laminado

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Abad Blázquez A. M., *Determinación Experimental del Daño Transversal en la Matriz de un Material Compuesto mediante la Utilización de un Sistema de Emisiones Acústicas*. Proyecto Fin de Carrera, Universidad Carlos III de Madrid, 2012.
- [2] Advanced Composites Group MTM45-1/IM7-145 32%RW. Material Property Data Report. National Center for Advanced Material Performance (NCAMP), abril 2011.
- [3] Anderson T. L., *Fracture Mechanics*, CRC, Boca Raton, FL, 1995
- [4] ASTM International. ASTM D3039/D3039M – 08. www.astm.org
- [5] Barbero, E. J., *Introduction to Composite Materials Design*. Second edition. CRC Press. ISBN 978-1-4200-7915-9
- [6] Barbero E. J., *Finite Element Analysis of Composite Materials*, CRC Press, Boca Raton, FL, 2007.
- [7] Barbero, E. J., Abdelal, G. F., Caceres, A., *A micromechanics approach for damage modeling of polymer composites*. Compos Struct, 67 (2005), pp 427-436.
- [8] Barbero, E. J., and Cortes, D. H., *A Mechanistic Model for Transverse Damage Initiation, Evolution, and Stiffness Reduction in Laminated Composites*, Composites Part B, 41(2) 124–132, March 2010.
- [9] Barbero, E. J., Sgambiterra, G., Adumitroiaie, A., and Martínez, J., *A Discrete Constitutive Model for Transverse and Shear Damage of Symmetric Laminates with arbitrary Stacking Sequence*, Composite Structures 93 (2011) 1021–1030.
- [10] Barbero, E. J., DeVivo, L., *A constitutive model for elastic damage in fiber-reinforced PMC laminae*. J Damage Mech, 10 (2001), pp 73-93
- [11] Barbero, E. J., Lonetti, P., *Damage model for composites defined in terms of available data*. Mech Compos Mater Struct, 8 (2001), pp 299-316
- [12] Barbero, E. J., Lonetti, P., *An inelastic damage model for fiber reinforced laminates*. J Compos Mater, 36 (2002), pp 941-962.

-
- [13] Camanho, P. P., Dávila, C. G., Pinho, S., et al, *Prediction of in situ strengths and matrix cracking in composites under tension and in-plane shear*. Compos A: Appl Sci Manuf 37 (2006), pp. 165-176.
- [14] Carbon fiber Australia. www.carbonfiber.com.au
- [15] Cortes, D. H., Barbero, E. J., *Stiffness reduction and fracture evolution of oblique matrix cracks in composite laminate*, Ann. Solid Struct. Mech. (2010) 1:29-40
- [16] Dávila, C. G., Camanho, P. P., Rose, C. A., *Failure criteria for FRP laminates*. J Compos Mater 39 (2005), pp 323-345.
- [17] Diego Villalón, A., Gutiérrez Jiménez, J. P., Arteaga Iriarte, A., López Hombrados, C., *Utilización de Materiales Compuestos en la Construcción de Nuevos Puentes*. Actas de las II Jornadas de Investigación en Construcción. ISBN: 978-84-7292-367-6
- [18] Dvorak, G. J., and Laws, N., J. Compos. Mater. **21** (1987) 309
- [19] Gamesa Corporation. <http://www.gamesacorp.com/es/productos-servicios/aerogeneradores/disen-y-fabricacion/disen-fabricacion-palas.html>
- [20] Hahn, H. T., *A mixed-mode fracture criterion for composite materials*. J Compos Technol Res, 5 (1983), pp 26-29.
- [21] Hahn, H. T., Erikson, J. B., and Tsai, S. W., *Characterization of Matrix/Interface-Controlled Strength of Composites*, Martinus Nijhoff, 1982, In *Fracture of Composite Materials*, G. Sih and V. P. Tamuzs, ed.
- [22] Kachanov, L., *Time of rupture process under creep conditions*. Izy Akad Nank S.S.:R. Otd Tech Nauk 8 (1958), pp 26-31
- [23] Kundu T., *Fundamentals of Fracture Mechanics*, CRC, Boca Raton, FL, 2008
- [24] Lonetti, P., Barbero, E. J., Zinno, R., Greco, F., *Interlaminar damage model for polymer matrix composites*. J Compos Mater, 37 (2003), pp 1485-1504.
- [25] Maimi, P., Camanho, P. P., Mayugo, J. A., Dávila, C. G., *A continuum damage model for composite laminates: Part I – Constitutive model*. Mech Mater, 39 (2007), pp 897-908.
- [26] Maimi, P., Camanho, P. P., Mayugo, J. A., Dávila, C. G., *A continuum damage model for composite laminates: Part II – Constitutive model*. Mech Mater, 39 (2007), pp 909-919.
- [27] Martinez, X., Oller, S., Barbero, E. J., *Study of delamination in composites by using the serial/parallel mixing theory and a damage formulation*. In: ECCOMAS 2008: Mechanical response of composites. Dordrecht, Netherlands: Springer (2008). pp 119-140. ISBN: 978-1-4020-8583-3 [chapter 6].
- [28] Miravete, A., *Materiales compuestos*, Vol 1. 2000.
- [29] Navarro, C., *Apuntes de clase de Elasticidad y Resistencia de Materiales II*.
- [30] Nuismer, R. J., Tan, S. S., *Constitutive Relations of a Cracked Composite Lamina*. J Compos Mater **22** (1988), pp 306-321
-

-
- [31] Indicadores de *Evolución Tecnológica: Materiales Compuestos de Matriz Metálica*. OTEA, Observatorio Tecnológico del Metal. Abril 2008.
- [32] Rabotnov, Y., *Creep Rupture*. In: Proc XII Int Cong Appl Mech (1968).
- [33] Reinforced Plastics. www.reinforcedplastics.com
- [34] Rolls-Royce Turbines. <http://www.rolls-royce.com/civil/products/>
- [35] Sandvik Coromant. <http://www.coromant.sandvik.com/es>
- [36] Stinchcomb, W. W., Reifsnider, K. L., *Fatigue damage mechanisms in composite materials*. In: Fatigue Mechanisms, ASTM STP 675, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA, 1975. pp 762-787.
- [37] Talreja, R., *Damage Characterization by Internal Variables*. In: Talreja, R., (ed) *Damage Mechanics of Composite Materials*. Elsevier Science, Amsterdam, (1994) pp 53-78.
- [38] Tada, H., Paris, P., and Irwin, G., *The Stress Analysis of Cracks Handbook*, ASME, New York, 3rd edition, 2000.
- [39] Tan, S. C., Nuismer, R. J., *A theory for progressive matrix cracking in composite laminates*. J Compos Mater, 23 (1989), pp 1029-1047.
- [40] Varna, J., Joffe, R., Akshantala, N. V. et al, *Damage in composite laminates with off-axis plies*. Compos Sci Technol, 59 (1999), pp 2139-2147
- [41] Wang A. S. D., Compos. Tech. Review 6 (1984) 45.
- [42] Waterman, A., Ashby, M. F. *The Materials Selector*. Second Edition, Vol. 1. Chapman & Hall, 1997.
- [43] Yokozeki, T., Aoki, T., *Overall Thermoelastic Properties of Symmetric Laminates Containing Obliquely Crossed Matrix Cracks*. Compos Sci Technol, 65 (2005), pp 1647-1654.
- [44] Yokozeki, T., Aoki, T., Ishikawa, T., *Consecutive matrix cracking in contiguous plies of composite laminates*. Int J Solids Struct, 42 (2005), pp 2785-2802.
- [45] Yokozeki, T., Aoki, T., Ogasawara, T., et al, *Effects of layup angle and ply thickness on matrix crack interaction in contiguous plies of composite laminates*. Compos A: Appl Sci Manuf, 36 (2005), pp 1229-1235
- [46] Zhang, J., Fan, J., Soutis, C., *Analysis of multiple matrix cracking in $[\pm\theta_m/90_n]_s$ composite laminates. Part 2: development of transversely ply cracks*. Composites 23 (1992), pp 291-298.

